

سوالات آزمون های کانون فرهنگی آموزش قلم چی ویژه دبیران

۱۳۹۷۰۷۲۰ آزمون

ریاضی ۱ - ۱۰ سوال

- ۵۱ اگر $A = [-1, 4]$ و $B = (-5, 2]$ باشد، مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ شامل کدام بازه است؟
- $[2, 3]$ (۲) $[-4, -1]$ (۱)
 $(-1, 2)$ (۴) $(2, 4)$ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

- ۵۲ از ۷۲ نفر مسافر در یک هتل، ۲۳ نفر تاجر هستند و ۱۲ نفر برای اولین بار سفر کرده‌اند. اگر ۸ نفر از این تاجرین برای اولین بار سفر کرده باشند، چند نفر نه تاجرند و نه برای اولین بار سفر کرده‌اند؟

- 45 (۲) 52 (۱)
 35 (۴) 37 (۳)

آزمون ۲۰ مهر

- ۵۳ چه تعداد از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ای نامتناهی است؟

- الف) مجموعه پرندگان موجود در کره زمین
 ب) $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$

- پ) مجموعه خطوطی که محور x را در طول ۲- قطع کرده‌اند.

- ت) مجموعه اعداد حقیقی موجود در بازه $[-1, 1]$

$$A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid 3^{-x} > \frac{1}{3} \right\}$$

- 3 (۲) 2 (۱)
 5 (۴) 4 (۳)

آزمون ۲۰ مهر

- ۵۴ متمم عبارت زیر، کدام گزینه است؟ (A و B زیرمجموعه‌ای از مجموعه مرجع U هستند).

$$(A \cap B) \cup (A \cap (A' \cup B')) = ?$$

- A' (۲) A (۱)
 \emptyset (۴) U (۳)

آزمون ۲۰ مهر

- ۵۵ اگر $n(A' \cup B') = ۳۰$ ، $n(B) = ۳۵$ ، $n(U) = ۵۰$ باشد، مقدار $n(A \cup B)$ کدام است؟

- 40 (۲) 35 (۱)
 20 (۴) 45 (۳)

آزمون ۲۰ مهر

-۵۶ اگر $1 - m$ باشد، آنگاه چند عدد صحیح در مجموعه

$$\left[\frac{1}{m}, -m \right] \cap \left[m, -\frac{1}{m} \right]$$

قرار دارد؟

۱ (۲)

(۱) صفر

۴) نمی‌توان تعیین کرد.

۲ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

-۵۷ اگر $\{1, 2, 3, \dots\} = U$ مجموعه مرجع و A زیر مجموعه‌ای متناهی و B زیر مجموعه‌ای نامتناهی از مجموعه مرجع باشند، چه تعداد از موارد زیر همواره درست است؟

ب) $A \cup B$ نامتناهی است.

الف) $A \cap B$ متناهی است.

ت) $A' \cap B$ نامتناهی است.

پ) $A - B$ متناهی است.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

-۵۸ اگر مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۹۶ را مجموعه مرجع، مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۲۴ را مجموعه A و مجموعه B را اعداد مضرب ۳ موجود در مجموعه مرجع مفروض در نظر بگیریم، کدام گزینه نادرست است؟

$$n(A \cap B') = 4 \quad (۲)$$

$$n(A \cap B) = 4 \quad (۱)$$

$$n(A \cup B) = 10 \quad (۴)$$

$$n(A' \cup B') = 10 \quad (۳)$$

آزمون ۲۰ مهر

-۵۹ در یک کلاس، نصف دانشآموزان به ورزش فوتبال، $\frac{3}{8}$ دانشآموزان به ورزش والیبال و $\frac{1}{8}$ دانشآموزان به هر دو رشته ورزشی علاقه‌مند هستند. اگر ۱۰ نفر به هیچ‌یک از این دو رشته ورزشی علاقه‌مند نباشند، تعداد دانشآموزانی که به هر دو رشته ورزشی علاقه‌مندند، کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

آزمون ۲۰ مهر

-۶۰ بین اعداد طبیعی کوچکتر از ۲۱۱، بیست عدد وجود دارد که ویژگی L_1 را دارند ولی ویژگی L_2 را ندارند. ۱۰۰ عدد نیز، نه ویژگی L_1 را دارند نه ویژگی L_2 را. حداکثر چند عدد وجود دارند که ویژگی L_2 را دارند ولی ویژگی L_1 را ندارند؟

۱۱۰ (۲)

۹۰ (۱)

۱۹۰ (۴)

۸۰ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

هندسه ۱ - ۱۰ سوال

-۷۱ برای رسم نیمساز یک زاویه، حداقل به ترسیم چند کمان نیاز داریم؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

-۷۲ اگر طول پاره خط AB برابر ۵ واحد باشد، آنگاه چند نقطه در صفحه یافت می‌شود که از A به فاصله ۲ واحد و از B به فاصله ۷ واحد باشد؟

۱ (۲)

(۱) هیچ

۴) بی‌شمار

۲ (۳)

۷۳- از دو سر پاره خط AB به طول ۸ سانتی‌متر، دو کمان به شعاع ۵ سانتی‌متر رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند. فاصله نقطه M از پاره خط AB کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۳
 $\sqrt{41}$ (۴)
 (۳) ۴

۷۴- مثلث ABC و دایره‌ای درون آن مفروض‌اند. چند نقطه روی محیط دایره وجود دارد که از دو ضلع AB و AC به یک فاصله باشد؟

- (۱) دقیقاً یک نقطه
 (۲) حداقل یک نقطه
 (۳) حداقل دو نقطه
 (۴) هیچ نقطه‌ای ندارد

۷۵- پاره خط AB به طول ۵ واحد مفروض است. اگر $x < 1$ باشد، آنگاه به ازای هر مقدار x ، چند نقطه مانند M در صفحه وجود دارد به طوری که $MA = x + 2$ و $MB = 3x - 1$ باشد؟

- (۱) هیچ نقطه‌ای ندارد
 (۲) یک نقطه
 (۳) بیش از دو نقطه
 (۴) دو نقطه

۷۶- کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱) متوالی‌الاضلاعی که طول قطرهای آن ۴ و ۶ باشد، به صورت منحصر به فرد قابل رسم است.
 (۲) مستطیلی که طول قطر آن برابر ۵ باشد، به صورت منحصر به فرد قابل رسم است.
 (۳) لوزی‌ای که طول ضلع آن برابر ۵ و طول یکی از قطرهای آن برابر ۸ باشد، به صورت منحصر به فرد قابل رسم است.
 (۴) با رسم عمودمنصف‌های دو وتر موازی از یک دایره، می‌توان مرکز دایره را پیدا کرد.

۷۷- چند مستطیل می‌توان رسم کرد که طول یک ضلع آن $3\sqrt{2}$ و طول قطر آن ۴ باشد؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) بی‌شمار

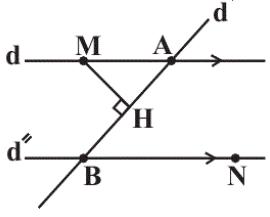
۷۸- در مثلث ABC ، اگر $\hat{B} = 50^\circ$ و عمودمنصف AC با ضلع BC ، زاویه 50° درجه بسازد، آن‌گاه اندازه زاویه A کدام است؟

- (۱) 90°
 100° (۲)
 105° (۴)
 110° (۳)

۷۹- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائم ۸ و ۴، عمودمنصف وتر، امتداد ضلع کوچک‌تر را در نقطه D قطع کرده است. فاصله نقطه D از نزدیک‌ترین رأس مثلث به آن کدام است؟

- (۱) ۴
 (۲) ۶
 10 (۴)
 (۳) ۸

- ۸۰ در شکل زیر، از نقطه دلخواه N ، خط d'' را موازی خط d' رسم نموده‌ایم. محل تلاقی خط d' با این دو خط موازی را به ترتیب A و B می‌نامیم. اگر محل برخورد عمودمنصف پاره خط AB با خط d را M بنامیم، کدام گزینه همواره صحیح است؟
- (۱) لزوماً عمودمنصف MN است.
 (۲) نیمساز \hat{MBN} می‌باشد.
 (۳) نقاط M و B از نقطه H به یک فاصله‌اند.
 (۴) هیچ کدام



آزمون ۲۰ مهر

ریاضی ۱ - گواه - ۱۰ سوال

- ۶۱ اگر A مجموعه اعداد طبیعی فرد و B مجموعه اعداد اول باشند، کدام مجموعه متناهی و غیر تهی است؟
- $B - A$ (۱)
 $A - (A \cup B)$ (۲)
 $A \cap B$ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

- ۶۲ اگر نمایش مجموعه‌های A و B به صورت بازه‌های $A = [-1, 2]$ و $B = (-3, a]$ باشد، آنگاه مجموعه تمام مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟
- $\{a | -1 \leq a < 2\}$ (۱)
 $\{a | a \geq -1\}$ (۲)
 $\{a | -2 < a < -1\}$ (۳)
 $\{a | a < -3\}$ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

- ۶۳ اگر $\{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$ ، آنگاه مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر کدام گزینه است؟
- $\mathbb{R} - [1, 4)$ (۱)
 $\mathbb{R} - (1, 4]$ (۲)
 $\mathbb{R} - (1, 4)$ (۳)
 $\mathbb{R} - [1, 4]$ (۴)

آزمون ۲۰ مهر

- ۶۴ اگر A و B دو مجموعه نامتناهی باشند، کدامیک از گزینه‌های زیر درباره این دو مجموعه نادرست است؟
- (۱) مجموعه $A \cap B$ ممکن است نامتناهی باشد.
 (۲) مجموعه $A \cup B$ لزوماً نامتناهی است.
 (۳) مجموعه $A - B$ لزوماً نامتناهی است.
 (۴) مجموعه $A \cap B$ ممکن است متناهی باشد.

آزمون ۲۰ مهر

- ۶۵ اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U باشند و $A \cap B \neq \emptyset$ و $n(A \cup B) = 25$ ، $n(A) = 14$ ، $n(B) = 25$ ، تعداد اعضای مجموعه $A \cap B$ حداقل چقدر است؟

- ۱۲ (۱)
 ۱۴ (۲)
 ۱۳ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

- ۶۶ مجموعه A ، ۱۰ عضوی و مجموعه B ، ۵ عضوی است. اگر مجموعه $(A \cap B) \cup B$ چند عضو دارد؟
- ۱۲ (۱)
 ۱۵ (۲)
 ۱۳ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

-۶۷ اگر A و B ، دو زیرمجموعه از U باشد، آنگاه $n(A \cup B) = ۳۱$ و $n(B - A) = ۱۲$ ، $n(A - B) = ۱۴$ کدام است؟

۱۹ (۲)

۱۷ (۱)

۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

-۶۸ اگر $A \cap B = C$ باشد، حاصل $C = \left\{ x \mid x \in W, x - ۴ \leq ۰ \right\}$ و $B = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, ۴x - \frac{۳}{۴} < ۵ \right\}$ ، $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, ۳x - ۱ \geq \frac{۱}{۲} \right\}$ کدام است؟

$[\frac{۱}{۲}, \frac{۱۳}{۸})$ (۲)

$[\frac{۱}{۲}, \frac{۱۳}{۸}) - \{1\}$ (۱)

$\mathbb{R} - \{0, \pm 1, \pm 2\}$ (۴)

$\mathbb{R} - \{1\}$ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

-۶۹ اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه های $(A - B)$ و $(B - A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه های A و B ، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه اشتراک آنها ۴ عضو کم می شود، تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه جدید کدام است؟

۲۳ (۲)

۲۲ (۱)

۲۶ (۴)

۲۴ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

-۷۰ اگر $n(A \cap B) = ۱۵$ و $n(A \cap B') = ۱۸$ باشد، مقدار $n(A \cap B')$ کدام است؟ (A و B زیرمجموعه ای از U هستند).

۵ (۲)

۳ (۱)

۹ (۴)

۷ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

سوالات آزمون های کانون فرهنگی آموزش قلم چی ویژه دبیران

۱۳۹۷۰۷۲۰ آزمون

(علی ارجمند)

-۵۱

$$\begin{aligned} A - B &= [-1, 4] - [-5, 2] = [2, 4] \\ B - A &= [-5, 2] - [-1, 4] = [-5, -1] \\ \Rightarrow (A - B) \cup (B - A) &= [-5, -1] \cup [2, 4] \end{aligned}$$

بنابراین این مجموعه شامل بازه $[2, 4]$ است. (ریاضی، صفحه‌های ۱ تا ۵)

۴

۲✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(مازیار احمدی ناو)

-۵۲

A: مجموعه مسافرانی که تاجر هستند :

B: مجموعه مسافرانی که برای اولین بار سفر کرده‌اند :

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) = ۷۲ - (۲۳ + ۱۲ - ۸) = ۴۵$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

۴

۲

۲✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(امین نصرالله)

-۵۳

الف) مجموعه پرنده‌های موجود در کره زمین، مجموعه‌ای متناهی است.

ب) $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{0, -1, -2, \dots\}$: نامتناهی است.

پ) از نقطه $\left[\begin{matrix} -2 \\ 0 \end{matrix}\right]$ ، بی‌شمار خط می‌تواند عبور کند. بنابراین این مجموعه نامتناهی است.

ت) مجموعه اعداد حقیقی موجود در بازه $[-1, 1]$ ، بی‌شمار عضو دارد. پس این مجموعه نامتناهی است.

$$3^{-x} > \frac{1}{3} \Rightarrow 3 > 3^x \Rightarrow 1 > x$$

از آنجا که x باید عددی طبیعی باشد، این مجموعه تهی بوده و متناهی شمرده می‌شود.

(ریاضی، صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۲

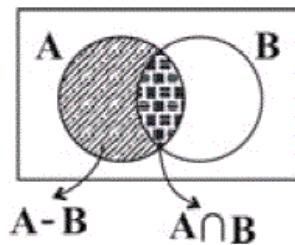
۲✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(موسی زمانی)

$$\begin{aligned} (A \cap B) \cup (A \cap (A' \cup B')) &= (A \cap B) \cup (A - (A \cap B)) \\ &= (A \cap B) \cup (A - B) \end{aligned}$$



$$\Rightarrow (A \cap B) \cup (A - B) = A \Rightarrow A \text{ متمم} = A'$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap (A' \cup B')) = (A \cap B) \cup (A - B) \quad \text{راه حل دوم:}$$

$$= (A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B')$$

$$= A \cap U = A \Rightarrow A \text{ متمم} = A'$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۰ مهر

(محمد بهیرایی)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

می‌دانیم:

$$n(A \cap B) = n(U) - n(A' \cup B') = ۵۰ - ۳۰ = ۲۰$$

$$n(A) = n(U) - n(A') = ۵۰ - ۲۰ = ۳۰$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = ۳۰ + ۳۵ - ۲۰ = ۴۵$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۰ مهر

(امین نصرالله)

از آنجا که $m < -1$ است؛ بنابراین $\frac{1}{m} < -\frac{1}{m} < -m$ است. در نتیجه:

$$\left[\frac{1}{m}, -m \right] \cap \left[m, -\frac{1}{m} \right] = \left[\frac{1}{m}, -\frac{1}{m} \right]$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۰ مهر

(محمد بهیرایی)

همه موارد درست است.

چون A متناهی است، پس $A \cap B$ و $A - B$ متناهی است.

چون B نامتناهی است، پس $A \cup B$ نامتناهی است.

$A' \cap B = B \cap A' = B - A$ متناهی است؛ از آنجا که B نامتناهی و A متناهی است؛

بنابراین $B - A$ مجموعه‌ای نامتناهی است.

(ریاضی، صفحه‌های ۵ تا ۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۰ مهر

(ابراهیم نبضی)

$$\begin{aligned} U &= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96\} \\ A &= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \\ B &= \{3, 6, 12, 24, 48, 96\} \\ A \cap B &= \{3, 6, 12, 24\} \Rightarrow n(A \cap B) = 4 \\ B' &= \{1, 2, 4, 8, 16, 32\} \Rightarrow A \cap B' = \{1, 2, 4, 8\} \Rightarrow n(A \cap B') = 4 \\ A' \cup B' &= (A \cap B)' = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 48, 96\} \Rightarrow n(A' \cap B') = 8 \\ A \cup B &= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, 48, 96\} \Rightarrow n(A \cup B) = 10. \end{aligned}$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۰ مهر

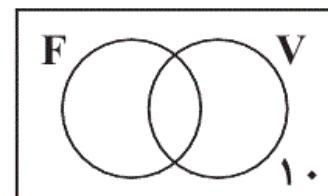
(ابراهیم نبضی)

دانشآموزان علاقهمند به والیبال :

دانشآموزان علاقهمند به فوتبال :

اگر تعداد کل دانشآموزان کلاس را x فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} n(F \cup V) &= \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}x = \frac{3}{4}x \\ n(U) - n(F \cup V) &= 10 \\ \Rightarrow x - \frac{3}{4}x &= 10 \Rightarrow x = 40 \end{aligned}$$



$$\frac{1}{8}x = \frac{1}{8} \times 40 = 5$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۰ مهر

(میلاد منصوری)

$$\begin{aligned} A &= \{ \text{اعدادی که ویژگی } L_1 \text{ را دارند.} \} \\ \text{و } \{ \text{اعدادی که ویژگی } L_2 \text{ را دارند.} \} &= B. \text{ در این صورت:} \\ n(A \cap B') &= n(A - B) = ۲۰ \quad L_2 \text{ را ندارند.} \\ n(A) - n(A \cap B) &= ۲۰ \quad \text{ویژگی } L_1 \text{ را دارند، ویژگی } L_2 \text{ را ندارند.} \\ n(U) - n(A \cup B) &= ۱۰۰ \quad L_1 \text{ را دارند و نه ویژگی } L_2 \text{ را دارند.} \\ ۲۱۰ - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) &= ۱۰۰ \\ ۲۱۰ - (۲۰ + n(B)) &= ۱۰۰ \Rightarrow n(B) = ۹۰ \end{aligned}$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

یعنی داریم:

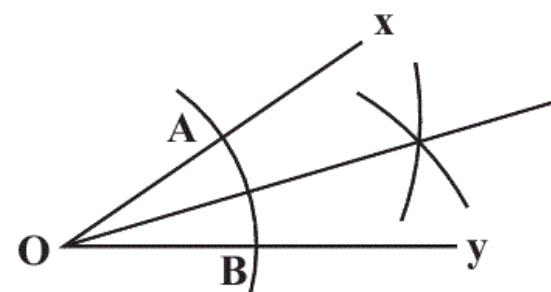
که حداقل ۹۰ عدد می‌باشد.

 ۴ ۳ ۲ ۱

(همیرضا مظاہری)

کمان اول به شعاع دلخواه و به مرکز \mathbf{O} رسم می‌شود تا نقطه‌های \mathbf{A} و \mathbf{B} به دست آیند.

کمان‌های دوم و سوم با شعاع‌های برابر و به طولی بزرگ‌تر از نصف طول \mathbf{AB} و به مرکزهای \mathbf{A} و \mathbf{B} رسم می‌شوند تا یکدیگر را در یک نقطه قطع کنند. با وصل کردن این نقطه به \mathbf{O} ، نیمساز زاویه $x\mathbf{O}y$ به دست می‌آید.



بنابراین حداقل با ترسیم سه کمان می‌توان نقطه‌ای را یافت که با وصل کردن آن به نقطه \mathbf{O} در رأس، نیمساز زاویه $x\mathbf{O}y$ به دست آید.

(هنرسه، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴

۳✓

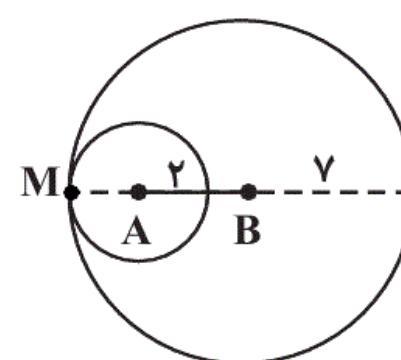
۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(سینا محمدپور)

دایره‌ای به مرکز \mathbf{A} و به شعاع ۲ واحد و دایره‌ای به مرکز \mathbf{B} و به شعاع ۷ واحد رسم می‌کنیم. محل تلاقی این دو دایره، جواب مسئله است.



همان طور که در شکل مشاهده می‌کنید، تنها نقطه \mathbf{M} ویژگی‌های مذکور را دارد.

(هنرسه، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳

۲✓

۱

(فرشاد فرامرزی)

از آنجا که M از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است ($MA = MB$)، روی

عمودمنصف این پاره خط قرار دارد؛ بنابراین:

$$AH = BH = 4 \text{ cm}$$

$$MH^2 = AM^2 - AH^2 = 5^2 - 4^2 = 9$$

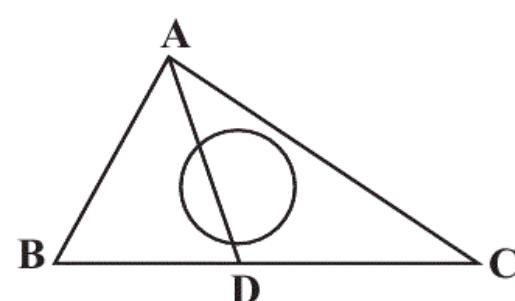
$$\Rightarrow MH = 3$$

 ۴ ۲ ۲✓ ۱

(علی فتح‌آبادی)

می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز رأس A از دو ضلع AC و AB به یک فاصله است، بنابراین تعداد نقاط برخورد نیمساز AD با دایره مفروض جواب مسئله است.

بسته به موقعیت دایره، AD می‌تواند دایره را در دو نقطه قطع کند یا در یک نقطه بر آن مماس باشد و یا اصلاً آن را قطع نکند. پس AD و دایره حداقل در دو نقطه متقاطع‌اند.



(هندسه ا، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

 ۴✓ ۲ ۲ ۱

$$\mathbf{MA} + \mathbf{MB} = x + 2 + 3x - 1 = 4x + 1$$

$$1 < x < 2 \Rightarrow 4 < 4x < 8 \Rightarrow 5 < 4x + 1 < 9$$

$$\Rightarrow 5 < \mathbf{MA} + \mathbf{MB} < 9$$

همچنین:

$$|\mathbf{MA} - \mathbf{MB}| = |2x - 3| \xrightarrow{1 < x < 2} |\mathbf{MA} - \mathbf{MB}| < 1$$

از آنجا که $|\mathbf{MA} - \mathbf{MB}| < AB < \mathbf{MA} + \mathbf{MB}$ در

صفحه وجود دارد.

(هنرسه ا، مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱)

۴

۳

۲

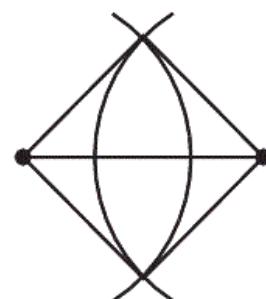
۱

آزمون ۲۰ مهر

ابتدا پاره خطی به اندازه طول قطر داده شده رسم می‌کنیم. سپس از دو سر قطر، دو

کمان به شعاع طول ضلع لوزی رسم کرده و نقاط برخورد دو کمان را به دو سر قطر

وصل می‌کنیم.



(هنرسه ا، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

۳

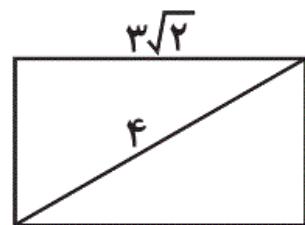
۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

قطر مستطیل، وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که رئوس آن سه رأس مستطیل است.

بنابراین همواره طول قطر مستطیل از طول اضلاع آن بیشتر است.



$$3\sqrt{2} \simeq 3 \times 1/4 = 4/2 > 4 \quad (\text{تناقض})$$

پس با معلومات فوق هیچ مستطیلی قابل رسم نیست.

(هنرسه، صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۶)

۴

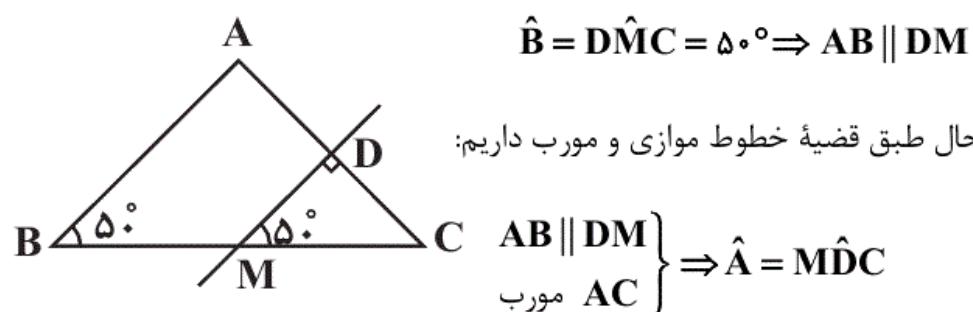
۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب در مثلث ABC داریم:



با توجه به اینکه MD عمودمنصف پاره خط AC است، پس $MDC = 90^\circ$ و در

نتیجه $\hat{A} = 90^\circ$ است.

(هنرسه، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

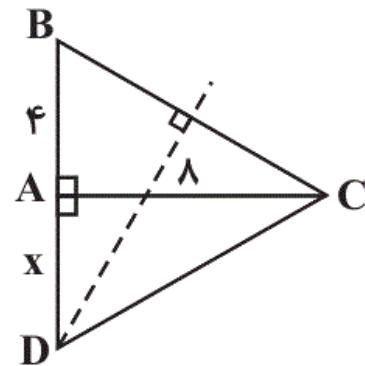
۱

آزمون ۲۰ مهر

با توجه به شکل، عمودمنصف وتر \mathbf{BC} ، امتداد ضلع \mathbf{AB} را در نقطه \mathbf{D} قطع کرده

است. فاصله \mathbf{D} از نزدیک‌ترین رأس مثلث، همان طول \mathbf{AD} است. چون نقطه \mathbf{D}

روی عمودمنصف وتر \mathbf{BC} است، پس فاصله آن از \mathbf{B} و \mathbf{C} برابر است و داریم:



$$\mathbf{CD} = \mathbf{BD} = x + 4$$

$$\stackrel{\Delta}{\triangle} \mathbf{CAD} : \mathbf{AC}^2 + \mathbf{AD}^2 = \mathbf{CD}^2 \Rightarrow \lambda^2 + x^2 = (x + 4)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 16 = x^2 + \lambda x + 16 \Rightarrow \lambda x = 16 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \mathbf{AD} = 4$$

(هنرسه، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱

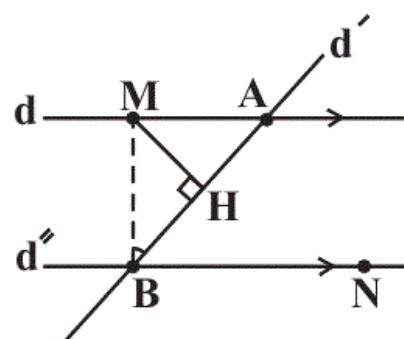
۲

۳

۴

آزمون ۲۰ مهر

با توجه به شکل داریم:



روی عمودمنصف \overline{AB} است. $M \Rightarrow MA = MB$

$\Rightarrow \hat{MAB} = \hat{MBH}$ متساوی الساقین است \Rightarrow

$$\Rightarrow \hat{MBH} = \hat{MAB} \ (*)$$

از طرفی طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d \parallel d'' \\ \text{مورب } AB \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{HBN} = \hat{MAB} \xrightarrow{(*)} \hat{MBH} = \hat{HBN}$$

بنابراین \overline{AB} نیمساز زاویه \hat{MBN} است.

(هنرسه، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۷)

۴

۲

۲✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(سراسری انسانی خارج از کشور - ۹۱)

-۶۱

چون همه اعداد اول به جز عدد ۲، عضو مجموعه اعداد طبیعی فرد هستند، بنابراین:

$$B - A = \{2\}$$

۴

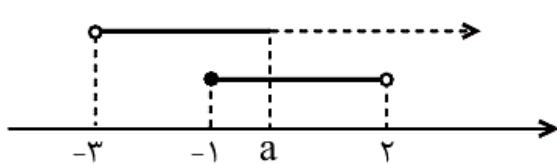
۲

۲✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(کتاب آیین)



نمایش هندسی دو بازه را رسم می کنیم.

چون اشتراک دو مجموعه غیر تهی است، پس a باید عددی بزرگتر یا مساوی -1 باشد؛ لذا $a \geq -1$. (ریاضی، صفحه‌های ۱ تا ۷)

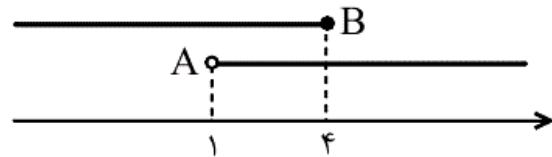
 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

(کتاب آیین)

-۶۳

$$A = (1, +\infty) \text{ و } B = (-\infty, 4]$$



با رسم نمودار هندسی داریم:

$$A - B = (1, +\infty) - (-\infty, 4] = (4, +\infty)$$

لذا:

$$B - A = (-\infty, 4] - (1, +\infty) = (-\infty, 1]$$

$$(A - B) \cup (B - A) = (4, +\infty) \cup (-\infty, 1]$$

پس:

$$= (-\infty, 1] \cup (4, +\infty) = \mathbb{R} - (1, 4]$$

تذکر ▶ توجه کنید اگر $a < b$ باشد، آنگاه:

$$(۱) (-\infty, a] \cup [b, +\infty) = \mathbb{R} - (a, b)$$

$$(۲) (-\infty, a) \cup (b, +\infty) = \mathbb{R} - [a, b]$$

$$(۳) (-\infty, a) \cup [b, +\infty) = \mathbb{R} - [a, b)$$

$$(۴) (-\infty, a] \cup (b, +\infty) = \mathbb{R} - (a, b]$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱ تا ۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

تشریح گزینه‌ها:

(کتاب آین)

$$\left. \begin{array}{l} A = \mathbb{Z} \\ B = \mathbb{N} \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap B = \mathbb{N} \rightarrow \text{نامتناهی}$$

گزینه «۲»: چون مجموعه‌های A و B نامتناهی هستند اجتماع آن‌ها که تمام اعضای A و تمام اعضای B را شامل می‌شود، مجموعه‌ای نامتناهی است.

$$\left. \begin{array}{l} A = \{ \dots, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \} \\ B = \{ 4, 5, 6, \dots \} \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap B = \{ 4 \} \rightarrow \text{متناهی}$$

$$\left. \begin{array}{l} A = \{ 3, 4, 5, \dots \} \\ B = \{ 4, 5, 6, \dots \} \end{array} \right\} \Rightarrow A - B = \{ 3 \} \rightarrow \text{متناهی}$$

(ریاضی، صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(کتاب آین)

اشتراك دو مجموعه A و B تهی نیست و اجتماع دو مجموعه ۲۵ عضو دارد، لذا مجموعه B حداقل ۲۵ عضو می‌تواند داشته باشد و اشتراك A و B ، حداقل ۱۴ عضو می‌تواند داشته باشد.

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

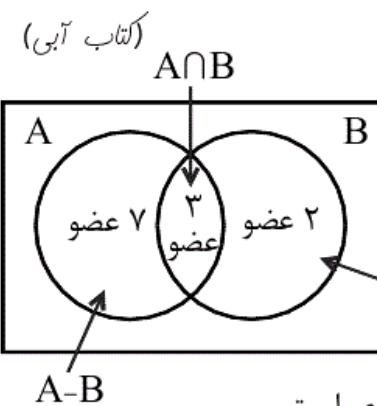
۴✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر



$A - (A \cap B) = A - B$ مجموعه شامل عضوهایی است که در A وجود دارند ولی در B وجود ندارند. با توجه به ۷ عضوی بودن مجموعه A ، بنابراین $A - (A \cap B) = 10$ عضوی بودن A ، بنابراین $A \cap B$ یک مجموعه ۳ عضوی است.

پس با توجه به نمودار، مجموعه $A \cup B$ ، ۱۲ عضوی است.

$$n(A \cup B) = 7 + 3 + 2 = 12$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

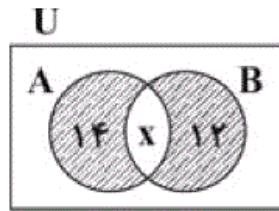
۳

۲✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(کتاب آیین - با تغییر)



نمودار ون را رسم می کنیم. در نمودار فرض می کنیم $n(A \cap B) = x$ ، بنابراین با توجه به نمودار داریم:

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$31 = 14 + 12 + x \Rightarrow x = 5 \Rightarrow n(A \cap B) = 5$$

$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B) = 14 + 5 = 19$$

(ریاضی، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

بنابراین:

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۰ مهر

(کتاب آیین)

$$3x - 1 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 3x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow A = [\frac{1}{2}, +\infty)$$

$$4x - \frac{3}{2} < 5 \Rightarrow 4x < \frac{13}{2} \Rightarrow x < \frac{13}{8} \Rightarrow B = (-\infty, \frac{13}{8})$$

$$x - 4 \leq 0 \xrightarrow{x \in W} C = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

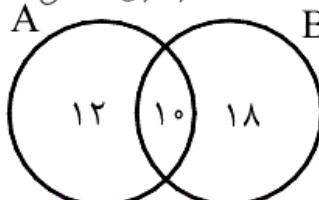
$$\Rightarrow (A \cap B) - C = [\frac{1}{2}, \frac{13}{8}) - \{1\}$$

(ریاضی، صفحه های ۵ تا ۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۲۰ مهر

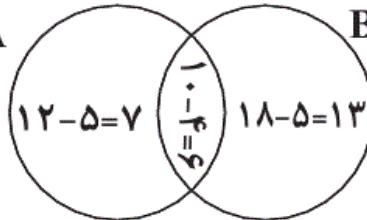
(سراسری انسانی - ۹۳)



چون مجموعه های $(B - A)$ و $(A - B)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند و $(A \cup B)$ دارای ۴۰ عضو است؛ پس $(A \cap B)$ دارای $40 - 12 - 18 = 10$ عضو است.

حال اگر از هر کدام از مجموعه های A و B ، ۹ عضو کم شود چون از $(A \cap B)$ ، ۴ عضو کم شده، پس از هر یک از مجموعه های $(A - B)$ و $(B - A)$ باید ۵ عضو کم شود.

A (جدید) B (جدید)



$$\Rightarrow n(A \cup B) = 7 + 5 + 13 = 26$$

(ریاضی، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آمیز)

$$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 18 - 15 = 3$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓