

فصل هفتم ریاضی هشتم: توان و جذر

ضرب عدد های توان دار:

الف) در ضرب عدد های توان دار اگر پایه ها مساوی باشند، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ب) در ضرب عدد های توان دار اگر توان ها مساوی باشند، یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

$$4^7 \times 4^3 = 4^{7+3} = 4^{10} \quad , \quad \left(\frac{1}{4}\right)^5 \times (0.15) = (0.15)^{5+1} = (0.15)^6$$

$$(-3)^{11} \times (-7)^{11} = (-3 \times -7)^{11} = 21^{11} \quad , \quad \left(\frac{3}{6}\right)^{20} \times 8^{20} = \left(\frac{3}{4} \times 8\right)^{20} = 6^{20}$$

به توان رساندن یک عدد توان دار: برای به توان رساندن یک عدد توان دار کافی است توان ها را در هم ضرب کنیم.

$$(a^m)^n = a^{m \times n} \quad (5^7)^4 = 5^7 \times 5^7 \times 5^7 \times 5^7 = 5^{7 \times 4} = 5^{28}$$

تقسیم اعداد توان دار:

الف) تقسیم اعداد توان دار با پایه های مساوی «در تقسیم اعداد توان دار اگر پایه ها مساوی باشند یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از هم کم می کنیم».

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad 17^{50} \div 17^{20} = 17^{50-20} = 17^{30} \quad (-9)^{12} \div (-9) = (-9)^{12-1} = (-9)^{11}$$

ب) تقسیم دو عدد توان دار با توان های مساوی «اگر توان ها مساوی باشند، یکی از توان ها را نوشته پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم».

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad 18^7 \div 6^7 = \left(\frac{18}{6}\right)^7 = 3^7 \quad (-20)^{11} \div (-5)^{11} = \left(\frac{-20}{-5}\right)^{11} = 4^{11}$$

نکات

اگر بخواهیم یک عدد توان دار را بدون پرانتز به توان برسانیم، باید توان را به توان برسانیم اجازه ضرب توان ها را نداریم.

$$(a^b)^c \neq a^{b^c} \quad (7^5)^2 = 7^{5 \times 2} = 7^{10}, \quad 7^{5^2} = 7^{25}$$

اگر پایه یا توان مساوی نداشته باشیم، با تجزیه به عامل های اول می توان پایه یا توان مساوی ایجاد کرد.

$$27 \times 9^4 = 3^3 \times (3^2)^4 = 3^3 \times 3^8 = 3^{11}$$

برای ساده کردن کسرهای توان دار، ابتدا توان های مساوی یا پایه های مساوی را از هم جدا کرده، سپس حاصل هر کدام را به دست می آوریم.

$$\frac{3^{12} \times 2^7}{2^{11} \times 3^8} = \frac{3^{12}}{3^8} \times \frac{2^7}{2^{11}} = \frac{3^4}{1} \times \frac{1}{2^4} = \frac{3^4}{2^4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

جذر تقریبی: جذر هر عدد مقداری مثبت است. ولی ریشه های یک عدد همواره دو مقدار قرینه هم هستند.

اعداد منفی جذر ندارند.

$$\sqrt{36} = 6, \quad \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}, \quad \sqrt{0.49} = 0.7$$

نمایش اعداد رادیکالی روی محور:

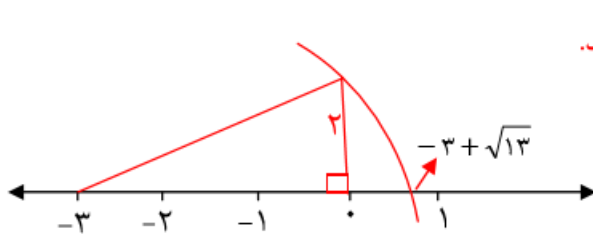
الف) نقطه شروع را که عددی صحیح بوده و همراه عدد رادیکالی می آید مشخص می کنیم.

ب) جهت رسم مثلث قائم الزاویه را تعیین می کنیم. اگر علامت رادیکال مثبت بود به سمت راست و اگر منفی بود به سمت چپ کمان می زنیم.

ج) دو عدد را پیدا کرده که مجموع مجذور های آن ها با عدد زیر رادیکال برابر باشد.

د) دهانه پرگار را به اندازه وتر مثلث باز کرده و به مرکز نقطه شروع (عدد صحیح) قرار داده و کمان می زنیم.

ذ) محل برخورد کمان با محور، جای عدد خواسته شده است.



جای عدد $-3 + \sqrt{13}$ را روی محور مشخص کنید.

الف) نقطه شروع -3

ب) جهت رسم مثلث $+$

ج) ضلع های مثلث ۲ و ۳

$$2^2 + 3^2 = 9 + 4 = 13$$

خواص ضرب و تقسیم رادیکال ها» جذر حاصل ضرب یا تقسیم دو عدد با حاصلضرب یا تقسیم جذر هر یک از آن ها مساوی است.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad \text{و} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\sqrt{900} = \sqrt{9} \times \sqrt{100} = 3 \times 10 = 30 \quad \sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}} = \frac{8}{9}$$

جداسازی در جمع و تفریق درست نیست یعنی ««««»»»»

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$$

$$\sqrt{4+9} = \sqrt{13} \approx 3.6$$

محاسبه ی جذر یک عدد با ماشین حساب :

تایپ عدد \rightarrow $\sqrt{\quad}$ دکمه

الف) ماشین حساب معمولی :

$\sqrt{\quad}$ دکمه \rightarrow تایپ عدد

ب) ماشین حساب مهندسی :

روش محاسبه جذر تقریبی یک عدد

می خواهیم جذر تقریبی ۱۲ را حساب کنیم. مجذورهای کامل قبل و بعد از ۱۲ را تعیین می کنیم.

$$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$3 \qquad \qquad \qquad 4$$

یعنی $\sqrt{12}$ بین ۳ و ۴ قرار دارد. عدد وسط بین ۳ و ۴ عدد $3/5$ است.

مجدور $3/5$ می شود $12/25$ که از ۱۲ بیش تر است پس $\sqrt{12}$ از $3/5$ کوچک تر است. حال مجذور عددهای $3/4$ و $3/3$ و را بررسی می کنیم. عددی که مجذورش به ۱۲ نزدیک تر باشد، جواب است

عدد	۳	۳/۱	۳/۲	۳/۳	۳/۴	$\Rightarrow \sqrt{12} \cong 3/4$
مجدور	۹	۹/۶۱	۱۰/۲۴	۱۰/۸۹	۱۱/۵۶	

اگر بخواهیم جذر ۱۲ را تا دو رقم اعشار حساب کنیم از عدد وسط $3/4$ و $3/5$ یعنی مجذور $3/45$ شروع کرده و مراحل را مانند قبل تکرار می کنیم. **جذر ۱۲ از $3/45$ بزرگ تر است.**
 $(3/45)^2 = 11/90$

عدد	۳/۴۶	۳/۴۷	$\Rightarrow \sqrt{12} \cong 3/46$
مجدور	۱۱/۹۷	۱۲/۰۴	

ایران مدرس – بزرگترین سایت تدریس و آموزش ریاضی و سایر دروس

www.IranModares.com

برای دریافت جزوات آموزشی بیشتر ریاضی و سایر دروس و همچنین برای مشاهده لیست

مدرسین تدریس خصوصی ریاضی، دروس ابتدایی و متوسطه، کنکور و دانشگاه و ... به سایت

ایران مدرس مراجعه کنید.

www.IranModares.com

www.IranModares.com