

به نام خداوند جان و خرد

دینامیک (نیروشناسی) و تکانه



نقش نیروها در زندگی روزمره چگونه است؟

ماهواره ها نیروی لازم را چگونه فراهم می کنند؟

در این فصل می خواهیم

نقش اساسی نیروها را در حالت‌های زیر مورد بحث قرار دهیم:

(الف) تغییر حرکت جسم یا تغییر شکل آن

(ب) قوانین حرکت و حرکت دورانی

(پ) بررسی و تحلیل حرکت جسم

نیرو چیست و چگونه ایجاد می شود؟

نیرو عاملی است که بر یک جسم اثر کرده و می تواند در آن تغییر حالت (شروع به حرکت کردن، توقف، کم و زیاد شدن اندازه سرعت (تندی)، تغییر جهت سرعت و تغییر شکل آن جسم) ایجاد کند و اگر بتواند باعث تغییر مکان جسم گردد، روی جسم کار انجام داده است. به عبارت دیگر می توان نیرو را تاثیر متقابل اجسام بر یکدیگر دانست. بنابراین می توان نتیجه گرفت برای آنکه نیرو بوجود آید وجود دو جسم لازم است یعنی نیرو بر یک جسم کنش دو جسم بر یکدیگر است.

انواع نیروهای شناخته شده (بنیادی):

الف) نیروهای گرانشی ب) نیروهای الکترومغناطیسی ج) نیروی هسته ای قوی

د) نیروی هسته ای ضعیف

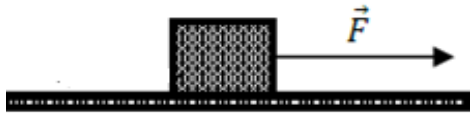
نکته: نیروی کشش فنر، نیروی کشش پلتاب و نیروی اصطکاک از نوع الکترومغناطیسی هستند.



تذکراتی چند در مورد نیرو:

(الف) نیرو کمیتی برداری است که علاوه بر اندازه دارای جهت نیز می باشد

(ب) نیرو را با \vec{F} نشان می دهند و از پاره خط جهت دار با مقیاس مناسب برای رسم آن استفاده می شود



(ج) بزرگی نیرو را به کمک نیروسنج اندازه گیری می کنیم و یکان نیوتن است

توجه مهم: برای نمایش ساده فرض می کنیم که این جسم در یک نقطه بنام مرکز جرم متمرکز شده است و نیرو به این نقطه وارد می شود.



نوجه مهم : هنگام زدن ضربه به توپ، باید

جهت ضربه و انگشتان را در جهت مورد نظر قرار داد و با انگشتان

به گونه‌ای تنظیم شود که توپ به درستی در جهت مورد نظر

مناصب مورد نظر بازیکنان برخورد نماید.

Dr: B. Barati

بررسی قوانین حرکت

اگر به جسمی به طور هم زمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را خنثی کنند، یا به عبارت دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود، اصطلاحاً می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن اند.

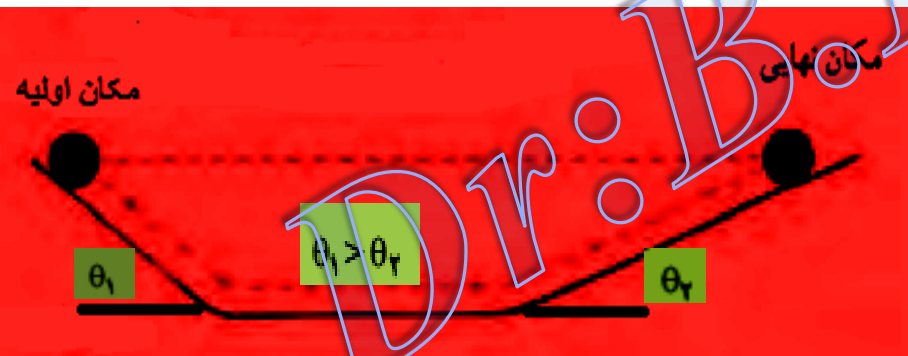


شکل های بررسی شده نشان می دهند: وقتی نیروهای وارد بر جسم متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد، همچنان ساکن باقی می ماند و اگر در حال حرکت باشد، تغییری در نحوه حرکت آن به وجود نمی آید، یعنی سرعت جسم تغییر نمی کند و ثابت می ماند.

رها سازی گوی ها توسط گاليله روی سطوح بدون اصطکاک



۱) با حرکت گوی روی این سطح تا ارتفاعی برابر ارتفاع اولی بالا رفت



۲) در این شکل با وجودیکه زاویه شیب سطح مقابل کمتر شده است ولی جسم مسافت بیشتری را طی کرده تا همان ارتفاع را پیدا کند

استدلال گاليله: اگر بتوان از اصطکاک صرف نظر کرد جسم تا همان ارتفاع اولیه بالا می رود

۳) در این شکل زاویه سطح شیبدار مقابل صفر است جسم باید
برای همیشه روی آن با سرعت ثابت حرکت کند



گاليله از اين آزمایش نتیجه گرفت که برای حرکت یکنواخت
جسم روی خط راست نیازی به وارد کردن نیرو به جسم نیست

قوانین نیوتن:

قانون اول نیوتن: یک جسم حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت روی خط راست خود را حفظ می کند مگر آنکه نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود

قانون اول نیوتن (قانون ماند یا اینرسی):

$$\begin{matrix} v = \text{ثابت} \\ v = 0 \end{matrix} \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow \sum F = 0$$

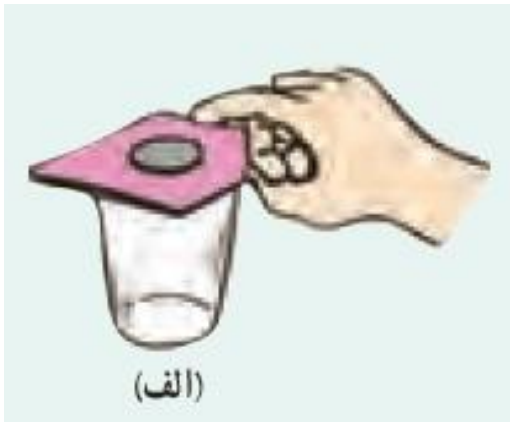
یادداشتی در باره قانون اول نیوتن

هرگاه به جسمی که در حال حرکت است نیرویی وارد نشود مانند جسمی که در فضا و دور از ستاره ها و سیارات دیگر در حال حرکت است، جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می دهد. مانند حرکت سفینه ای که به اندازه کافی از زمین دور شده و به سیارات دیگر نیز نزدیک نمی باشد. در این حالت سفینه با موتور خاموش نیز می تواند به راه خودش ادامه دهد.

تعریف لختی (اینرسی): به خاصیت اجسام که میل دارند وضعیت حرکت خود را در غیاب نیرو حفظ کنند، لختی گویند

نکته: جرم یک جسم معیار از مقدار لختی یک جسم در مقابل تغییر وضعیت جسم می باشد هر چه جرم جسم بیشتر باشد لختی بیشتر و اندازه مقاومت جسم در مقابل تغییر وضعیت بیشتر می شود

جرم جسم: مقدار ماده تشکیل دهنده جسم را جرم جسم گویند
یکای آن در SI کیلوگرم (kg) ، کمی اسکالر (ترده ای) می باشد که از قواعد حساب معمولی پیروی می کند.



الف) چرا حرکت سریع مقوا در شکل الف، سبب افتادن سکه در لیوان می شود؟

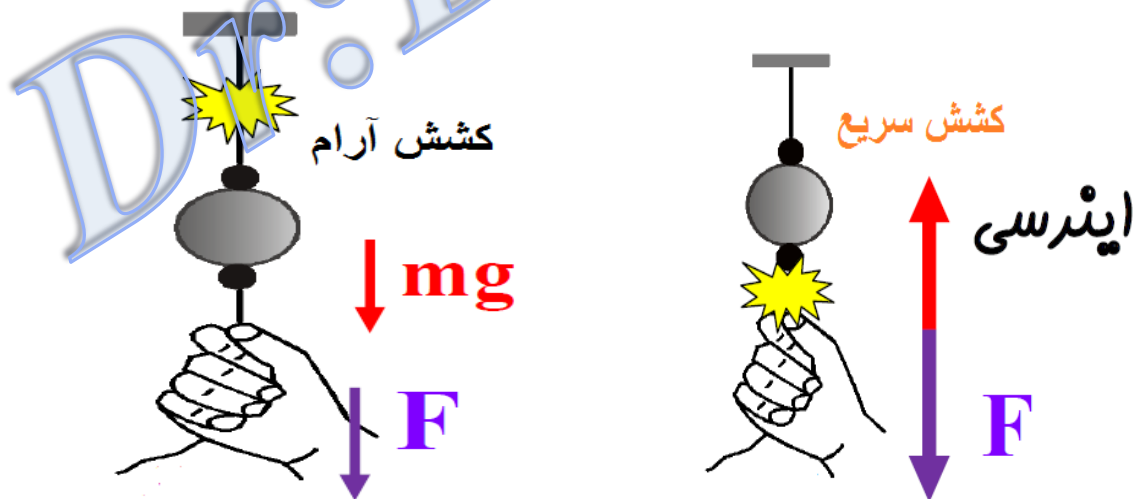
پاسخ: الف) اگر کاغذ را به طور ناگهانی از زیر سکه بیرون بکشید، مشاهده می کنید، سکه تمایل دارد حالت اولیه خود را حفظ کرده و

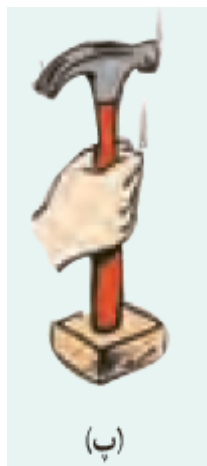
همراه کاغذ حرکت نکند (در مثال فوق اگر نیرو را به تدریج زیاد کنیم، سیستم به صورت یک حرکت می کند.)

ب) چرا در شکل ب اگر به آرامی نیروی وارد بر گوی را زیاد کنیم نخ بالای گوی پاره می‌شود، اما اگر ناگهان نخ را بکشیم، نخ پایین آن پاره می‌شود؟

بررسی شکل: در مرحله اول که نخ را به آرامی پایین می‌کشیم و نیرو را به تدریج زیاد می‌کنیم نیروی پایین وزنه فقط نیروی دست ما می‌باشد ولی نیروی بالای وزنه برابر وزن وزنه و نیروی ما می‌باشد پس نخ از بالا پاره می‌شود.

در مرحله دوم که نخ بصورت صریح ای در یک لحظه پایین کشیده می‌شود نیروی زیادی در یک زمان کوتاه اعمال می‌گردد بنابراین نخ از پایین وزنه پاره می‌شود.





ب) چرا با ضرب زدن به انتهای دسته به زمین در شکل ب چکش به طرف پایین سفت می شود؟

وقتی دسته چکش را گرفته و با حرکت در راستای قائم ، آن را با ضربه محکمی به جسمی کوبیم، چکش نیز تمایل دارد به حرکت خود ادامه دهد، بنابراین پرتاب پایین سفت می شود

ت) چرا وقتی در اتوبوس در حال حرکت نشسته اید و راننده ناگهان اقدام به ترمز می کند، به جلو پرت می شوید؟

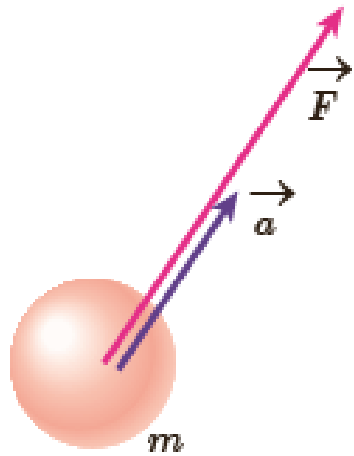
زیرا وقتی ترمز گرفته می شود شخص تمایل دارد حالت

قبلی (سکون) خود را حفظ کند بنابراین با ترمز گرفتن شخص به

سمت جلو پرت می شود

قانون دوم نیوتون:

هرگاه بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب نسبت مستقیم با نیروی خالص وارد بر جسم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

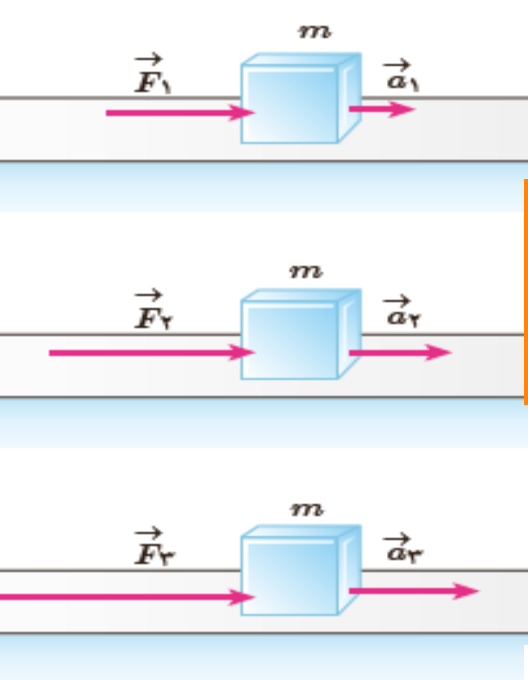


$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \longrightarrow \quad \vec{F} = m \vec{a}$$

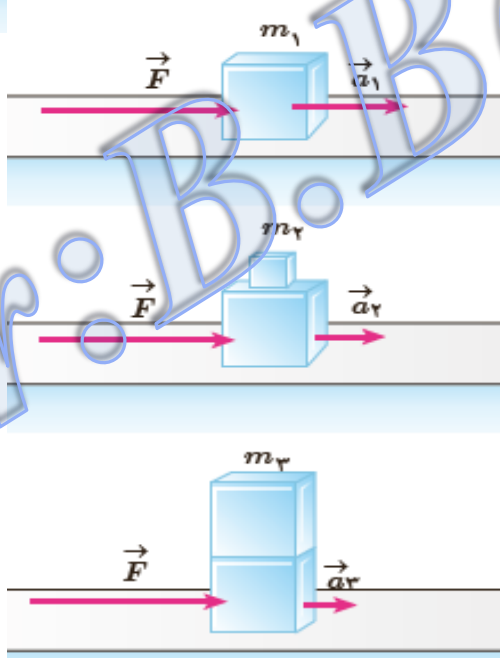
تعریف نیوتن یکای نیرو:

یک نیوتن نیرویی است که اگر به جرم 1 kg وارد شود شتاب 1 m/s^2 پیدا می‌کند.

$$1\text{ N} = 1\text{ kg} \cdot 1\text{ m/s}^2$$



$$F_3 > F_2 > F_1 \xrightarrow[m=F=ma]{m_1=m_2=m_3} a_3 > a_2 > a_1$$

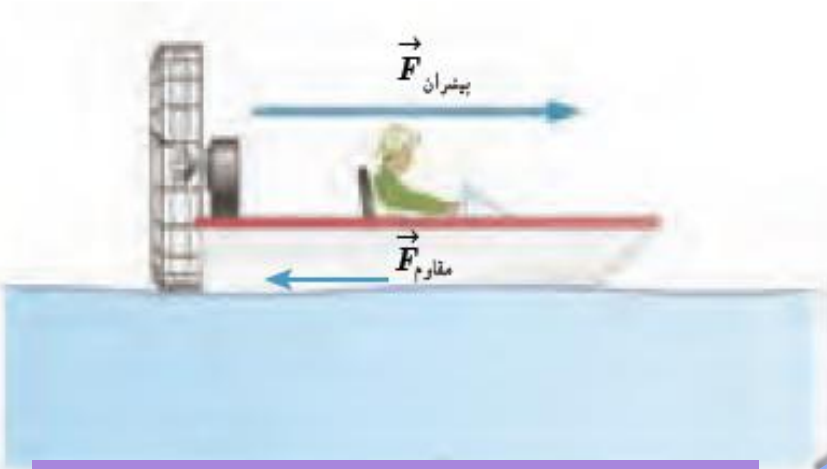


$$m_1 > m_2 > m_3 \xrightarrow[m=F=ma]{F_1=F_2=F_3} a_1 > a_2 > a_3$$

Dr. B. Barati

exa بر یک قایق موتوری که جرم آن با سرنشینش 400 kg است، نیروی افقی خالص 800 N به طرف جلو وارد می‌شود.

الف) شتاب این قایق چقدر و در چه جهتی است
 ب) از حالت سکون چقدر طول می‌کشد تا سه قایق به 15.0 m/s برسد؟



$$a = \frac{F}{m} = \frac{800 \text{ N}}{400 \text{ kg}} = 2.00 \text{ N/kg} = 2.00 \text{ m/s}^2$$

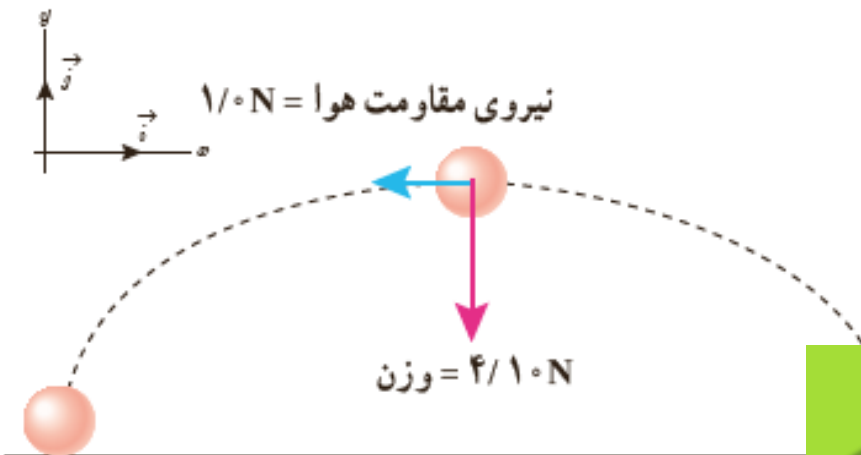
با توجه به اینکه جهت شتاب همواره در جهت نیروی خالص است، بنابراین شتاب قایق به طرف جلو خواهد بود.

$$v = at + v_0 \rightarrow 15.0 \text{ m/s} = \left(2.00 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t + \left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \rightarrow t = 7.5 \text{ s}$$

exa شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر توپ فوتبالی به جرم

۴۲۰g را در بالاترین نقطه مسیرش، نشان می

جهت شتاب توپ در این نقطه را تعیین کنید.

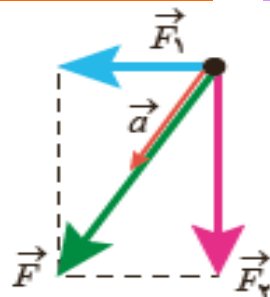


$$\vec{F}_1 = -1/0 \text{ N } \hat{i} \quad \text{نیروی مقاومت هوا} \quad \vec{F}_2 = -4/10 \text{ N } \hat{j} \quad \text{وزن}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -1/0 \text{ N } \hat{j} + (-4/10 \text{ N } \hat{j}) \quad \text{نیروی خالص}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-1/0 \text{ N } \hat{i} - 4/10 \text{ N } \hat{j}}{420 \times 10^{-3} \text{ kg}} = -2/4 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \hat{i} - 9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \hat{j}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(-2/4 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)^2 + \left(-9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)^2} = 10/1 \text{ N/kg}$$



جهت شتاب توپ در جهت نیروی خالص (برایند) است.

مثال: دو نیروی هم اندازه F وقتی تحت زاویه‌ی 90° درجه نسبت به هم به جسمی وارد می‌شوند شتاب جسم 4 m/s^2 می‌شود در صورتی که این دو نیرو تحت زاویه 120° درجه نسبت به همان جسم وارد شوند شتاب حرکت جسم چند m/s^2 می‌شود؟

(د) $4\sqrt{2}$

(ج) $2\sqrt{2}$

(ب) $\sqrt{2}$

(الف) ۲

$$\sum F = ma \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2f \cos \frac{120}{2} = ma \\ 2f \cos \frac{90}{2} = ma \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\cos 60}{\cos 45} = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$$

مثال برای اینکه جسمی وضعیت خود را حفظ کند

(الف) باید حداکثر یک نیرو به آن وارد شود

(ب) باید برآیند نیروهای وارد بر آن مخالف صفر باشد

(ج) الزاما باید هیچ نیرویی به آن وارد نشود

(د) باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد

پاسخ: جسم وضعیت خود را حفظ کند یعنی شتاب آن صفر باشد طبق قانون دوم نیوتن برآیند نیروهای وارد

بر آن صفر باشد.

exa به يك جسم، همزمان سه نیروی $6N$ ، $8N$ و $10N$ وارد می شوند و جسم به حالت تعادل است. اگر نیروی $6N$ حذف شود، جسم با شتاب ثابت

a_1 و اگر نیروهای $6N$ و $8N$ حذف شوند؛ جسم با شتاب a_2 حرکت می کند. نسبت $\frac{a_1}{a_2}$ کدام است؟

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{10}$$

ثابت = M

با این روش بین بردارها مشخص باشد.

$\frac{8}{10} (2)$ $\frac{6}{10} (1)$

exa بر جسمی به جرم $2kg$ نیروی ثابت $\vec{F} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ وارد می شود. اگر سرعت جسم پس از اعمال نیروی F به $\vec{V}_1 = 4\vec{i} - 7\vec{j}$ برسد، سرعت آن در لحظه‌ای وارد شدن نیروی F کدام است؟

- $7\vec{i} + 13\vec{j}$ (4)
- $7\vec{i} - 13\vec{j}$ (2)
- $\vec{i} + \vec{j}$ (2)
- $\vec{i} - \vec{j}$ (1)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$2\vec{i} - 4\vec{j} = 2 \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t}$$

$$3\vec{i} - 6\vec{j} = 4\vec{i} - 7\vec{j} - \vec{V}_1$$

$$\vec{V}_1 = \vec{i} - \vec{j}$$

exa جسمی به جرم 5kg تحت اثر سه نیروی $\vec{F}_1 = -15\hat{i} + 8\hat{j}$ ، $\vec{F}_2 = -2\hat{i} + 19\hat{j}$ و \vec{F}_3 قرار گرفته و شتاب $\vec{a} = -4\hat{i} + 3\hat{j}$ را پیدا کرده است. اندازهی نیروی \vec{F}_3 کدام است؟

۴(۴)

۲(۳)

۲(۲)

۴(۱)

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}$$

$$-36\hat{i} + 27\hat{j} + \vec{F}_3 = -20\hat{i} + 15\hat{j}$$

$$\vec{F}_3 = 16\hat{i} - 12\hat{j}$$

$$|\vec{F}_3| = \sqrt{(16)^2 + (-12)^2} = 20\text{ (N)}$$

exa جسمی با سرعت $5 \frac{m}{s}$ در حرکت است. اگر نیروی ثابت 20 N در جهت حرکت جسم وارد شود، پس از آن وارد شود، سرعتش به $15 \frac{m}{s}$ می‌رسد. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟

۵(۴)

۴(۳)

۲(۲)

۲(۱)

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{15 - 5}{2} = 5 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

$$F = ma \Rightarrow 20 = 5m \Rightarrow m = 4\text{kg}$$

سه نیرو، همزمان بر وزنه‌ای به جرم 5 kg اثر می‌کنند. اگر بردار نیروها در SI به صورت $\vec{F}_1 = 20\hat{i} - 50\hat{j}$ ، $\vec{F}_2 = 10\hat{i} + 20\hat{j}$ و $\vec{F}_3 = -10\hat{j}$ باشند، بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه خواهد شد؟

$$10\sqrt{2} \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

$$5\sqrt{2} \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$\vec{F} = 30\hat{i} - 40\hat{j}$$

$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{F}|}{m} = \frac{\sqrt{30^2 + (-40)^2}}{5} = 10 \text{ m/s}^2$$

exam به یک جسم 2 کیلوگرمی هم زمان چهار نیرو به اندازه‌های 10 ، 15 ، 10 ، 8 نیوتونی وارد می‌شود و جسم به حالت تعادل قرار دارد. اگر فقط نیروی 15 نیوتنی حذف شود و دیگر نیروها با همان اندازه و جهت اثر گذار باشند، تغییر سرعت جسم بعد از 2 ثانیه چند متر بر ثانیه خواهد شد؟

$$20 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$10 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

اگر نیروی 15 (N) حذف شود اندازه برآیند نیروهای باقیمانده همان 15 (N) می باشد پس می توان نوشت:

$$F_f = ma \Rightarrow 15 = 2a \Rightarrow a = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \Delta v = a\Delta t = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

دو نیروی $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ و \vec{F}_2 به جسم $1/5$ کیلوگرمی اثر می کنند و معادله‌ی شتاب حاصل در SI به صورت $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ می شود. \vec{F}_2 کدام است؟

- (۱) $\vec{i} + \vec{j}$
- (۲) $\vec{i} - \vec{j}$
- (۳) $5\vec{i} - \vec{j}$
- (۴) $5\vec{i} + \vec{j}$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$$

$$2\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{F}_2 = 3\vec{i} - 6\vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = \vec{i} - \vec{j}$$

به جسمی به جرم 0.5kg نیروی $\vec{F} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$ وارد می شود. اگر سرعت جسم در مبدأ زمان $\vec{V} = 2\vec{i} + \vec{j}$ (در SI) باشد، سرعت آن در لحظه‌ی $t = 2\text{s}$ چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۸
- (۳) $\sqrt{17}$
- (۴) $\sqrt{37}$

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = m \frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{\Delta t}$$

$$\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j} = 0.5 \frac{\vec{V} - 2\vec{i} - \vec{j}}{2}$$

$$\vec{V} = 6\vec{i} - 1\vec{j}$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{(6)^2 + (-1)^2} = \sqrt{37} \text{ (m/s)}$$

به جسمی پنج نیروی $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ و $F_5 = 9\text{N}$ وارد می‌شود و جسم ساکن است. اندازه‌ی برآیند سه نیروی $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ را

و \vec{F}_2 که آن را F' می‌نامیم، بر حسب نیوتون مطابق با کدام گزینه است؟

۴ ≤ F' ≤ ۹ (۲)

۵ ≤ F' ≤ ۹ (۱)

۵ ≤ F' ≤ ۱۴ (۴)

۴ ≤ F' ≤ ۱۴ (۳)

$$|\vec{F}_4 - \vec{F}_5| \leq |\vec{R}| \leq |\vec{F}_4 + \vec{F}_5| \quad |\vec{R}| = |\vec{F}_4 + \vec{F}_5| \quad 4 \leq |\vec{R}| \leq 14$$

نیروهای $\vec{F}_1 = 2\hat{i} + 6\hat{j}$ و $\vec{F}_2 = \hat{i} - 2\hat{j}$ بر جسمی به جرم ۲ کیلوگرم اثر می‌کنند. شتاب حاصل از این دو نیرو چند متر بر مجذور

ثانیه است؟ (سراسری ریاضی ۸۰)

۳/۵ (۴)

۳ (۱)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

$$\vec{F}_1 + \vec{f}_2 = m\vec{a}$$

$$3\hat{i} + 4\hat{j} = 2\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = 1.5\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(1.5)^2 + (2)^2} = 2.5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

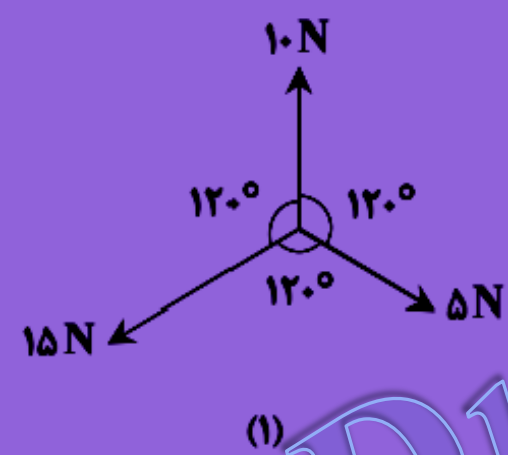
exam سه نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 و \vec{F}_3 دو به دو با هم زاویه ی 120° می سازند. اگر اندازه ی نیروها به ترتیب ۵ و ۱۰ و ۱۵ نیوتن باشد، برآیند آن ها چند نیوتن است؟

۱۵(۴)

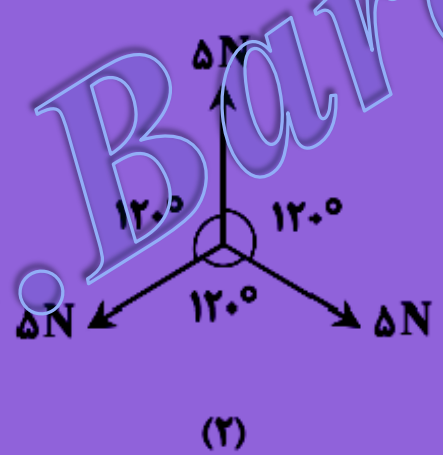
$5\sqrt{3}$ (۳)

۵ (۲)

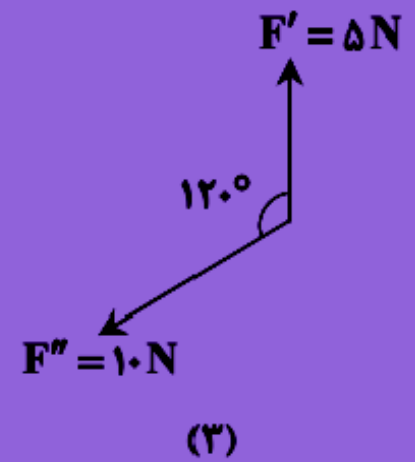
(۱) صفر



\Rightarrow



+

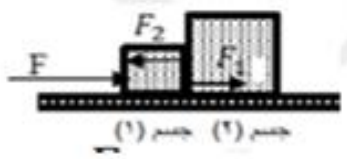


$$|R| = \sqrt{5^2 + 10^2 + 2 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 5\sqrt{3}$$

قانون سوم نیوتن: اگر جسمی به جسم دیگری نیروی وارد کند جسم دوم نیروی به همان

اندازه و در خلاف جهت به جسم اول وارد می کند اگر نیروی اول را کنش بنامیم نیروی دوم را

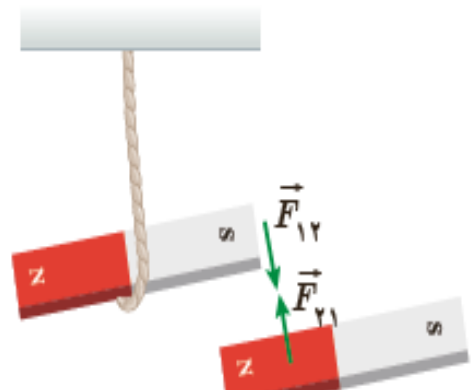
واکنش گویند.



$$F \rightarrow [M1] \leftarrow F_2 \quad F_1 \rightarrow [M2]$$

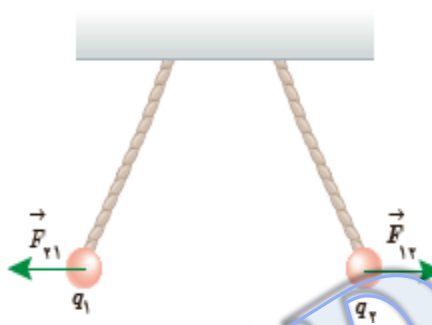
$$F - F_2 = m_1 a \quad F_1 = m_2 a$$

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \Rightarrow F_1 = F_2$$



مشخصات نیروهای عمل و عکس العمل

- ۱- این دو نیرو، هم نوعند یعنی یا هر دو گرانشی، یا هر دو الکتریکی و یا هر دو مغناطیسی هستند
- ۲- دو نیروی کنش و واکنش، هم اندازه، هم راستا و در دو سوی مخالف هم هستند.
- ۳- این دو نیرو هرگز به یک جسم وارد نمی شوند، پس برای آنها برآیند محاسبه نمی شود.
- ۴- واکنش هر نیرو به عامل ایجاد کننده آن وارد می شود.
- ۵- این دو نیرو همزمان ایجاد می شوند و همزمان از بین می روند.



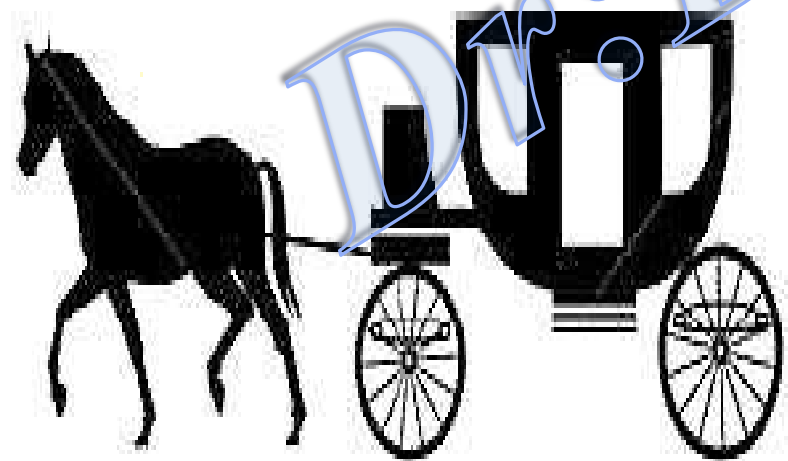
یادداشتی از نحوه کاربرد قانون سوم نیوتن

قانون سوم نیوتن مدام در فعالیت‌های زندگی روزمره ما تأثیر می‌گذارد. وقتی ما راه می‌رویم، نیروی اصطکاک به زمین وارد می‌کنیم. واکنش این نیرو که هم‌اندازه با نیروی ما است به پاهای ما وارد شده و ما را به جلو می‌راند. به همین ترتیب چرخ‌های دوچرخه نیروی اصطکاک به زمین وارد می‌کند و واکنش زمین دوچرخه را به جلو می‌راند.

مفهوم اساسی در قانون سوم نیوتن این است که نیروی تگ در طبیعت وجود ندارد.

علت حرکت اسب و ارابه بر اساس قانون سوم نیوتن:

اسب به زمین نیرویی رو به عقب وارد می‌کند و سطح زمین نیرویی هم‌اندازه و رو به جلو به اسب وارد می‌کند و این عامل باعث حرکت رو به جلوی اسب و ارابه می‌شود (اسب و ارابه یک سیستم در نظر گرفته می‌شود)





دو شخص به جرم‌های $75/0 \text{ kg}$ و $50/0 \text{ kg}$ با کفش‌های چرخ‌دار در یک

سالن مسطح و صاف روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص اول با نیروی $100/0 \text{ N}$

شخص دوم را در جهت محور x هل می‌دهد.

الف) شتابی که شخص دوم می‌گیرد چقدر است؟

ب) شتابی که شخص اول می‌گیرد چقدر است؟

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \rightarrow F_2 = F_1 = 100/0 \text{ N}$$

$$\vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m} = \frac{(100/0 \text{ N}) \vec{i}}{50/0 \text{ kg}} = (2/0 \frac{\text{N}}{\text{kg}}) \vec{i}$$

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m} = \frac{-(100/0 \text{ N}) \vec{i}}{75/0 \text{ kg}} = -(1/33 \frac{\text{N}}{\text{kg}}) \vec{i}$$

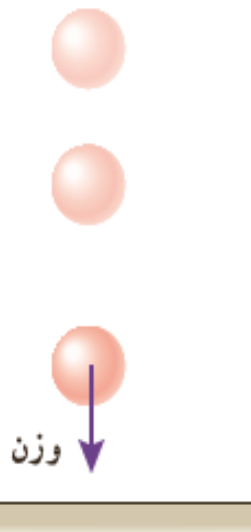
توجه کنید نیروهای وارد بر هر دو نفر هم‌اندازه بوده است، اما به علت متفاوت بودن جرم‌ها، شتاب‌ها متفاوت شده

است.

معرفی برخی از نیروهای خاص

نیروی وزن (W):

نیروی جاذبه ای است که از طرف زمین بر جسم وارد می شود. وزن کمیتی برداری و یکای آن نیوتن باشد و با نیروسنج اندازه گیری می شود.



شتاب جاذبه $\rightarrow W = mg \leftarrow$ وزن

جرم

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{m_2}{m_1}$$

رابطه وزن دو جسم در یک مکان:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{g_2}{g_1}$$

رابطه وزن یک جسم در دو مکان:

نیروی مقاومت هوا (f) وقتی جسمی مانند یک توپ یا کیسه را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم، علاوه بر وزن جسم، نیروی دیگری نیز در اثر برخورد جسم با مولکول‌های هوا به جسم در خلاف جهت حرکت وارد می‌شود که به آن نیروی مقاومت هوا می‌گویند.



نیروی مقاومت هوا تابع: (۱) مساحت سطح جلوی جسم (۲) اندازه سرعت جسم می‌باشد

نکته: هرچه سرعت جسم بیشتر باشد در هر ثانیه با تعداد مولکول‌های هوای بیشتری برخورد می‌کند و نیروی مقاومت هوا بیشتر می‌شود.

نیروی مقاومت هوا



پاراشوتی با جرم 60 kg مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا به 1140 N افزایش می‌یابد. شتاب چترپاز را در این لحظه به دست آورده و حرکت آن را تحلیل کنید. برای سادگی g را 10 N/kg فرض کنید.

$$\begin{aligned} \vec{W} + \vec{f} &= m\vec{a} \rightarrow \vec{f} - \vec{W} = m\vec{a} \rightarrow 1140\text{ N} - 60\text{ kg} \times 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 60\text{ kg} \times a \\ \Rightarrow a &= \frac{540\text{ N}}{60\text{ kg}} = 9\text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

شتاب چترپاز در این حالت 9 m/s^2 و رو به بالا یعنی در خلاف جهت حرکت آن

یادداشتی در باره نیروی مقاومت هوا

نیروی مقاومت هوا



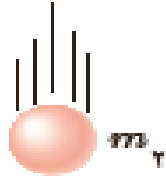
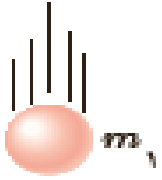
وقتی یک چتر باز سقوط می کند و بلافاصله چترش را باز می کند. ابتدا تندیش افزایش می یابد در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز افزایش پیدا می کند تا اینکه با وزن چتر باز هم اندازه می شود. در این هنگام نیروی خالص صفر شده و در نتیجه شتاب چتر باز نیز صفر می شود و وقتی جسم دیگر شتاب نگیرد با تندی ثابت به زمین می رسد. به این تندی، تندی حدی می گویم. تندی حدی برای یک چتر باز نوعی حدود $5/0 \text{ m/s}$ است.

Dr. B. Bahrati

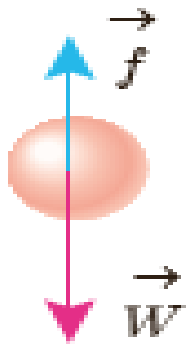
دو گوی هم اندازه که جرم یکی دو برابر دیگری است را از بالای یک ساختمان به طور

هم زمان رها می کنیم. تندی برخورد کدام گوی با زمین بیشتر است؟ نیروی مقاومت هو

ثابت فرض کنید. ($m_2 = 2m_1$)



زمین



$$W - f = ma \rightarrow a = \frac{W - f}{m} = \frac{mg - f}{m} = g - \frac{f}{m}$$

یعنی هرچه m بیشتر باشد، شتاب هرگز بیشتر است. در نتیجه $a_2 > a_1$ است.

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \rightarrow v^2 - 0 = 2gh \rightarrow v = \sqrt{2gh} \rightarrow v_2 > v_1$$

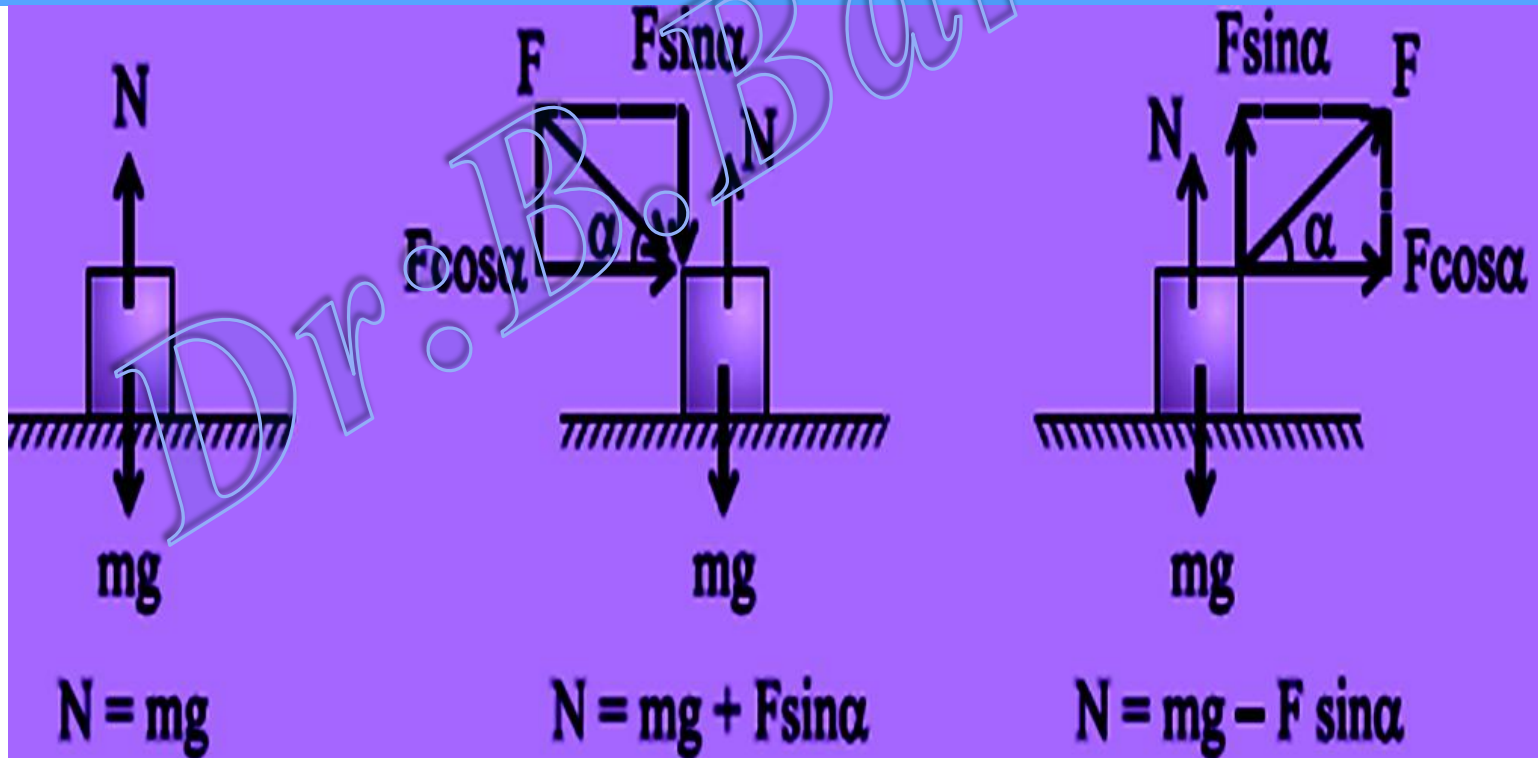
یعنی سرعت برخورد جسم سنگین تر بیشتر از جسم سبک تر است.

نیروی عمودی سطح (N) : هر گاه جسمی مانند شکل های زیر تکیه گاهی داشته باشد، از طرف تکیه گاه

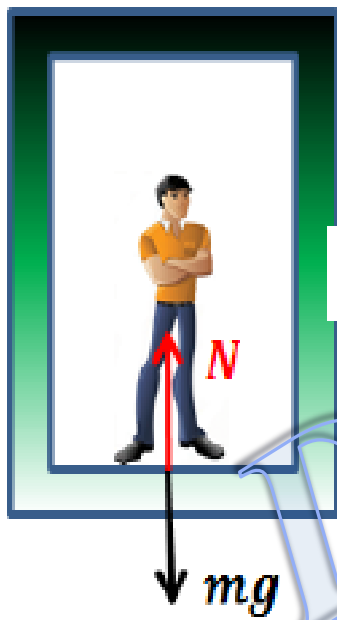
نیروی عمودی به جسم وارد می شود که نیروی عمودی سطح نام دارد.

نکته: نیروی عمودی سطح ناشی از تغییر شکل سطح تماس دو جسم می باشد و به نوع تکیه گاه و دیگر

نیروهای وارد بر جسم بستگی دارد



نیروی عمودی وارد بر شخص درون آسانسور (N): هرگاه شخصی درون آسانسور قرار گیرد از طرف کف آسانسور نیرویی در راستای قائم به شخص وارد می شود که نیروی عمودی نام دارد



$$N = m(g \pm a)$$

$$N > mg$$

$$mg > N$$

علامت + حرکت تند شونده رو به بالا یا کند شونده رو به پایین

علامت - حرکت کند شونده رو به بالا یا تند شونده رو به پایین

برای حرکت یکنواخت رو به بالا یا رو به پایین $N = mg$

وزنه‌ای توسط یک نیروسنج از سقف یک آسانسور آویزان است. در حالت اول آسانسور با شتاب $\frac{2}{3}g$ تند شونده بالا می‌رود و

نیروسنج F_1 را نشان می‌دهد. در حالت دوم آسانسور با شتاب $\frac{2}{3}g$ تند شونده پایین می‌رود و نیروسنج نیروی F_2 را نشان

می‌دهد. نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۴ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۱)

$$F_1 = m(g + a) = 12m$$

$$F_2 = m(g - a) = 8m$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{8m}{12m} = \frac{2}{3}$$

test جسمی به جرم 8 kg در کف یک آسانسور در حال حرکت، روی یک ترازو قرار گرفته است. آسانسور ابتدا با شتاب $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ تندشونده بالا

می‌رود و سپس با شتاب $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ کندشونده متوقف می‌شود. اختلاف وزنی که ترازو در این دو حالت نشان می‌دهد چند نیوتن است؟

۷۲ (۴)

۴۰ (۳)

۱۴ (۲)

۸ (۱)

$$N_1 = mg + ma_1$$

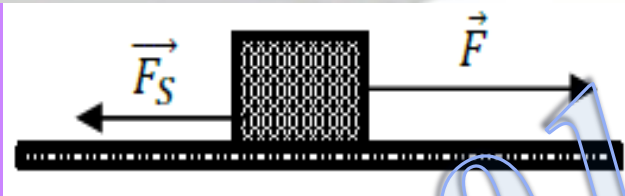
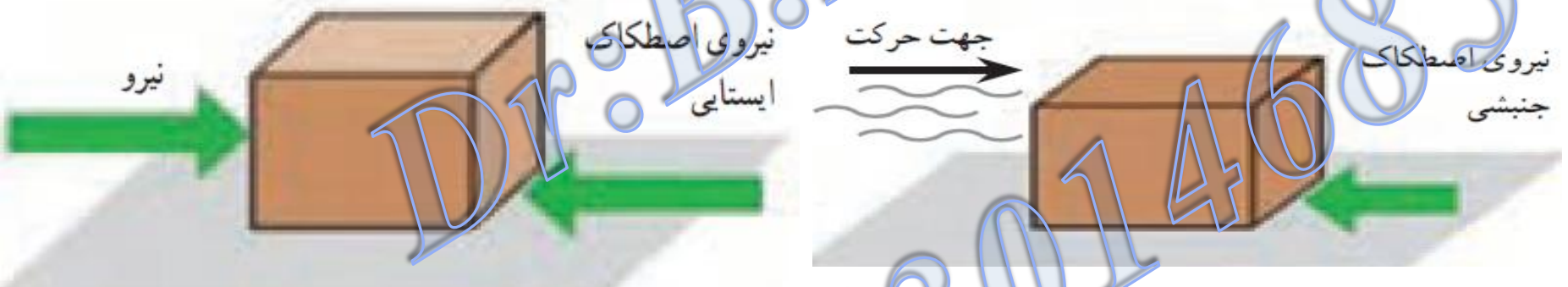
$$N_2 = mg - ma_2$$

$$\Rightarrow N_1 - N_2 = m(a_1 + a_2)$$



$$N_1 - N_2 = 8(4 + 5) = 72(N)$$

وقتی جسمی را روی جسم دیگری حرکت می دهیم به هر یک از آنها از طرف دیگری نیرویی وارد می شود که با حرکت دو جسم نسبت به هم مخالفت می کند این نیرو که موازی سطح تماس بر هم جسم وارد می شود را نیروی اصطکاک گویند و به دو شکل اصطکاک ایستایی (ساکن) و اصطکاک جنبشی (لغزشی) مورد بررسی قرار می گیرد.



الف) اصطکاک در حال سکون:

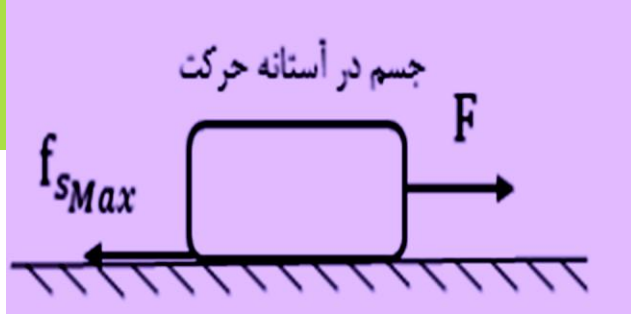
هر گاه مطابق شکل نیروی F به جسم وارد شود ولی جسم در حال سکون باشد به نیروی مخالف

$$F - f_s = ma = 0 \rightarrow f_s = F$$

حرکت، نیروی اصطکاک در حال سکون گویند.

ب) اصطکاک در آستانه حرکت ($f_{s_{max}}$):

هر گاه مقدار F به اندازه ای برسد که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد نیروی اصطکاک به بیشترین مقدار

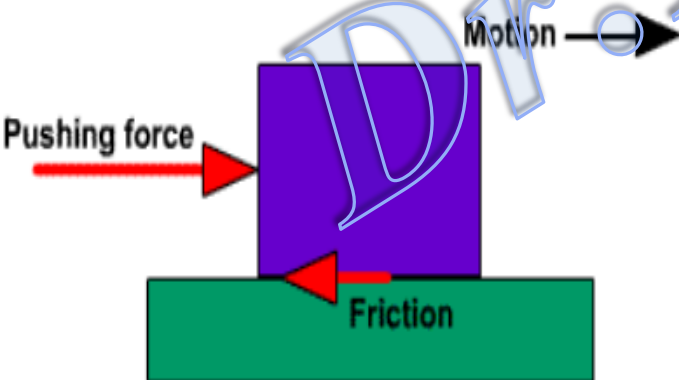


$$f_{s_{max}} = \mu_s N$$

خودمی رسد که $f_{s_{max}}$ نام دارد

$$f_s \leq \mu_s N$$

نکته: همواره نیروی اصطکاک ایستایی کوچکتر از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت است:



ج) نیروی اصطکاک جنبشی (f_k):

اگر مقدار F به اندازه برسد که جسم شروع به حرکت کند به نیروی مخالف حرکت f_k گویند.

$$f_k = \mu_k N$$

نکات لازم :

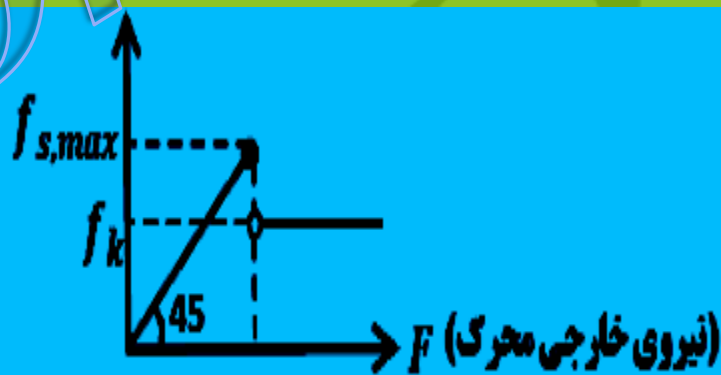
۱- نیروی اصطکاک جنبشی در طول حرکت ثابت است مگر آن که جنس سطوح تماس یا نیروی عمودی سطح تغییر کند.

۲- برای دو سطح در تماس ضریب اصطکاک جنبشی همواره کمتر از ضریب اصطکاک ایستایی است
($\mu_k < \mu_s$)

۳- مقدار عددی ضریب های اصطکاک ایستایی و جنبشی برای تمام سطح ها کمتر از یک است. ($0 < \mu_k < \mu_s < 1$)

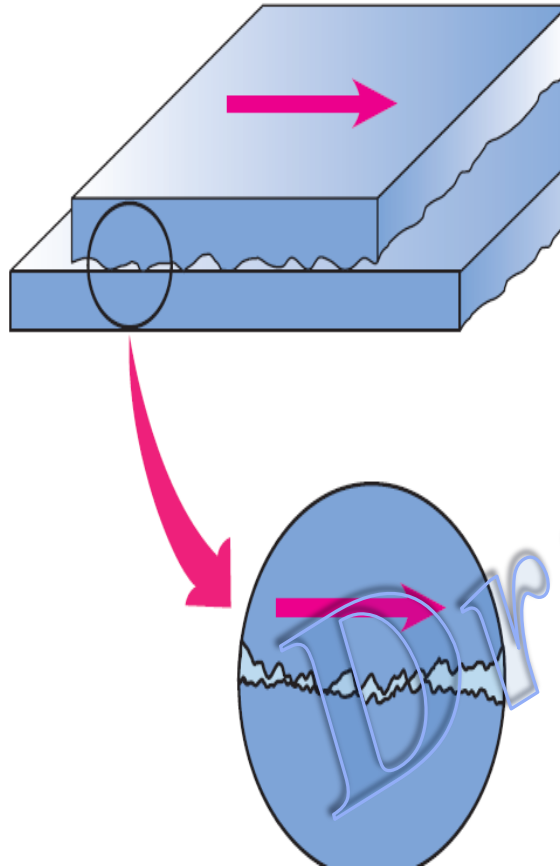
۴- تجربه و آزمایش های گوناگون نشان می دهد که ضریب اصطکاک جنبشی مانند ضریب اصطکاک ایستایی به عامل هایی مانند جنس سطح تماس دو جسم ، میزان صافی و زبری آنها و ... بستگی دارد

۵- نمودار تغییرات نیروی های اصطکاک بر حسب نیروی موازی سطح F به صورت شکل زیر است:



مدل میکروسکوپی توجیه اصطکاک

در اصل، نیروی اصطکاک جمع برداری نیروهای بی شماری است که بین اتم های سطح تماس یک جسم و اتم های سطح جسم دیگری عمل می کند. در مدل سازی میکروسکوپی غالباً بحث بر سر این است که سطح واقعی تماس (میکروسکوپی) از سطح ظاهری تماس (ماکروسکوپی) خیلی کوچکتر است (حدوداً 10^4 کوچکتر) با این وجود بسیاری از نقاط تماس با یکدیگر جوش می خورند. مساحت سطح واقعی متناسب با نیروی عمودی اعمال شده، تغییر می کند مقدار تماس به ماهیت ناخالصی های موجود در سطح و به مدت زمان تماس بستگی شدیدی دارد



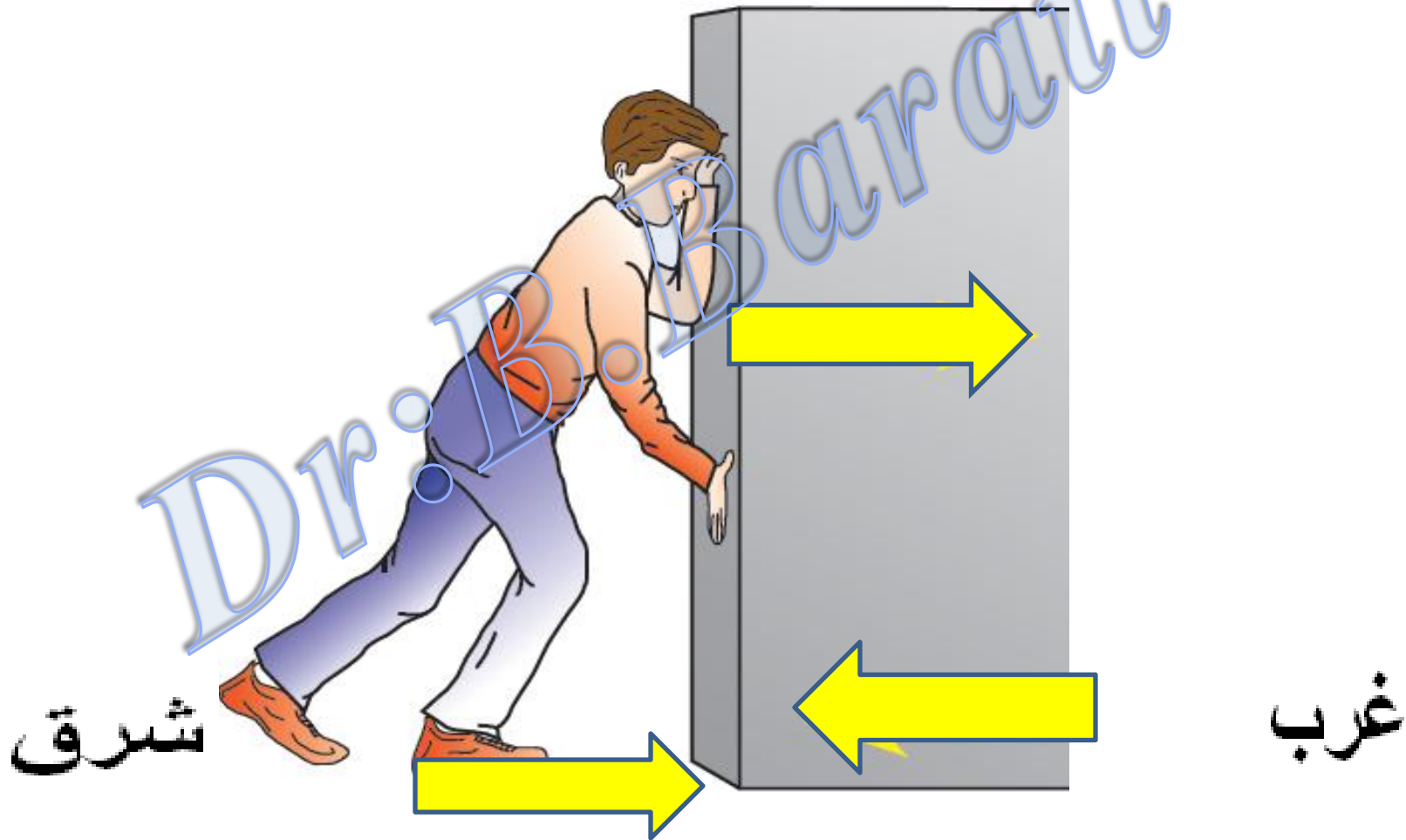
شخصی روی سطح افقی، یک صندوق را به سمت غرب هل می‌دهد. در این عمل، نیروهای اصطکاک وارد به شخص و صندوق، به ترتیب، هر یک به کدام جهت است؟

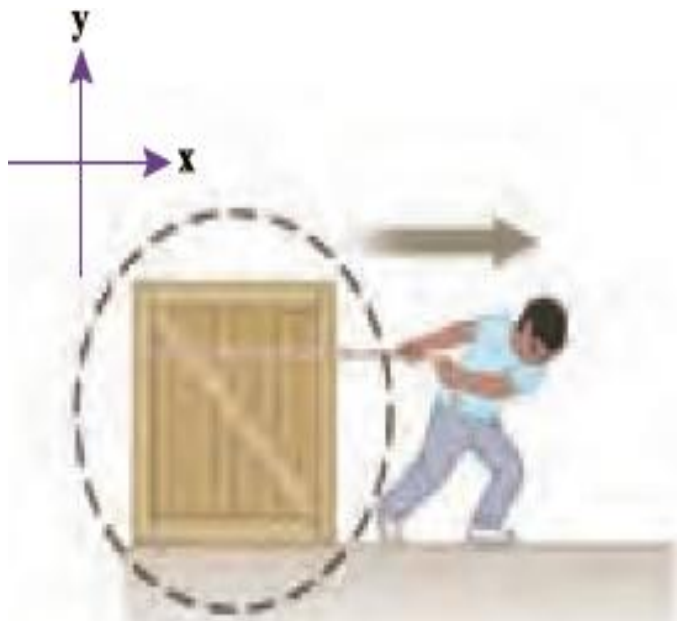
(۴) هر دو شرق

(۳) شرق و غرب

(۲) هر دو غرب

(۱) غرب و شرق

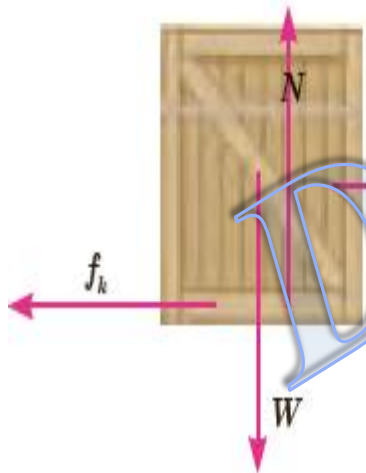




ex شکل مقابل شخصی را در حال هل دادن یک جعبه ۷۵/۰ کیلوگرمی با نیروی ۳۰۹N نشان می‌دهد. نیرویی که شخص به جعبه وارد می‌کند افقی و جعبه در حال حرکت است. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و کمد ۰/۴۰ باشد،

الف) نیروی اصطکاک جنبشی وارد به جعبه چقدر است؟

ب) شتاب جعبه در این حالت چقدر است؟ ($g = ۹/۸۰ \frac{N}{kg}$)



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - W = 0 \Rightarrow N = W = mg = 75/0 \text{ kg} \times 9/80 \frac{N}{kg} = 735N$$

$$f_k = \mu_k N \Rightarrow f_k = 0/4 \times 735N \Rightarrow f_k = 294N$$

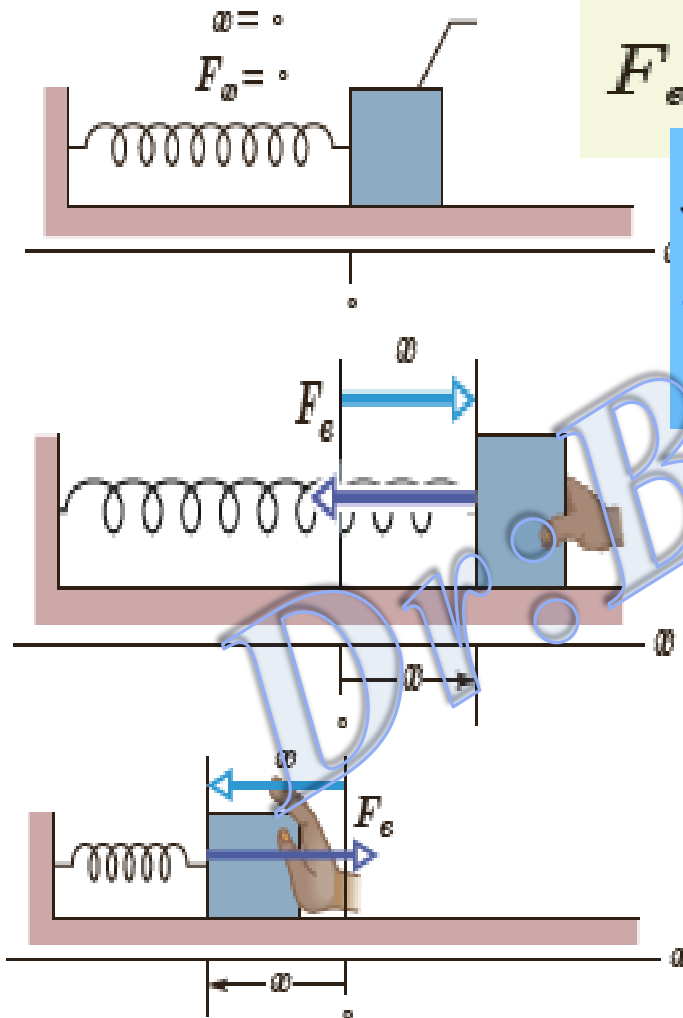
$$F_{\text{برآیند}} = 309N - 294N = 15N$$

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow F_{\text{برآیند}} = ma \Rightarrow 15N = 75a$$

$$a = \frac{15N}{75kg} = 0/20 \text{ m/s}^2$$

نیروی کشسانی فنر :

نیروی که فنر کشیده شده یا متراکم شده به اجسام متصل به آن وارد می کند نیروی کشسانی فنر نام دارد



$$F_s = -kx$$

علامت منفی در رابطه نشان میدهد نیروی F_s همواره نیروی در خلاف جهت جابه جایی فنر وارد می کند و می خواهد هر چیزی که به فنر وصل شده را به مکان اولیه اش برگرداند. برای یک فنر استاندارد پذیر، k عددی کوچک (حدود 10^2 N/m) و برای یک فنر سفت k عددی بزرگ (10^5 N/m) است.

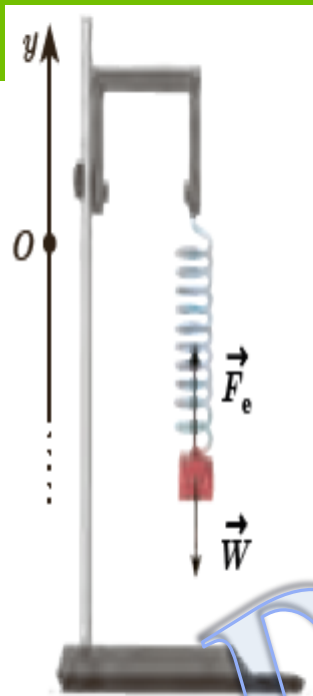
نکات لازم:

1) ثابت فنر (K) از مشخصات فنر می باشد و به چگونگی تشکیل آن، ترکیب مواد و به تعداد حلقه ها و ضخامت حلقه های فنر بستگی دارد

2) اتصال فنرها به شکل موازی یا متوالی می باشد.

3) فنرها در فناوری جدید در ماشین هایی مانند ساعت ها، خودروها، قطارها، و آسانسورها ... یافت می شوند.

طول فنر ۱۰ cm است. فنر را از یک نقطه می‌آویزیم و به انتهای آن وزنه ۲۰۰ گرمی وصل می‌کنیم. طول فنر ۱۲ cm سائی متر می‌شود. الف) ثابت فنر چقدر است؟ ب) اگر وزنه ۳۰۰ گرمی را به انتهای فنر وصل کنیم، طول فنر چند سائی متر می‌شود؟



$$F_s - W = 0 \rightarrow F_s = kx$$

$$kx = mg$$

$$k(0.12 - 0.1) = 0.2 \times 9.8 \Rightarrow k = 98 \text{ N/m}$$

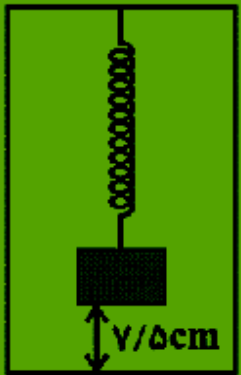
$$98x = 0.3 \times 9.8 \Rightarrow x = 0.03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

$$x = L - L_0 \Rightarrow L = 10 + 3 = 13 \text{ cm}$$

test در شکل زیر وزنه‌ای توسط فنری از سقف آسانسوری که ساکن است، آویزان می‌باشد و در حال تعادل است. طول اولیه فنر

۱۵۰cm بوده که در اثر آویزان بودن وزنه، طولش به ۱۸۰cm رسیده است. اگر فاصله وزنه از کف آسانسور ۷/۵cm باشد،

آسانسور حداقل با چه شتابی بر حسب متر بر مجذور ثانیه بالا رود تا وزنه به کف آسانسور برسد؟ $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$ و



$$(k_{\text{فنر}} = ۲۰۰ \frac{N}{m})$$

۲ (۱)

۲/۵ (۲)

۱/۵ (۳)

۱ (۴)

$$K\Delta L_1 = mg \Rightarrow 200 \times 0.3 = m \times 10 \Rightarrow m = 6kg$$

$$\Delta L_2 = \Delta L_1 + 7.5 = 30 + 7.5 = 37.5(cm)$$

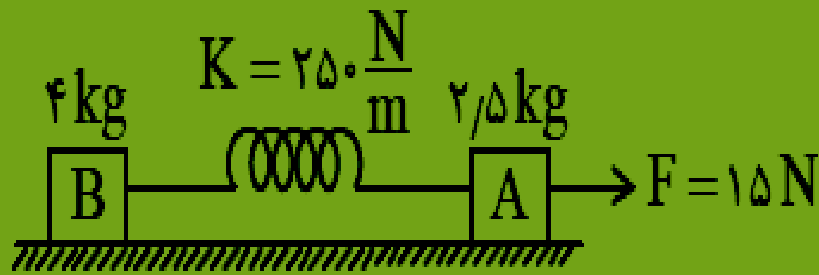
$$F - mg = ma$$

$$K\Delta L_2 - mg = ma$$

$$0.375 \times 200 - 6 \times 10 = 6a$$

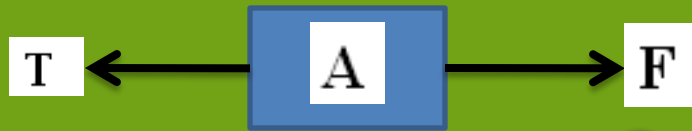
$$\Rightarrow a = 2.5 (m/s^2)$$

در شکل روبه‌رو اصطکاک جعبه A با سطح افقی ناچیز و شتاب حرکت مجموعه $\frac{1}{2} \frac{m}{s}$ است. افزایش طول فنر چند سانتی‌متر است؟



$(g = 10 \frac{m}{s}, m_B = 4 kg, m_A = 2.5 kg, k = 250 \frac{N}{m})$

- 5 (1)
- 7.5 (2)
- 12.5 (3)
- 1.6 (4)



$F - T = M_a a$

$T = K\Delta L \Rightarrow 12.5 = 250\Delta L$

$15 - T = 2.5 \times 1 \Rightarrow T = 12.5(N)$

$\Delta L = \frac{12.5}{250} = 0.05(m) = 5(cm)$

در شکل زیر، نیروی F به دستگاه وارد می‌شود و از حال سکون با شتاب $\frac{m}{5}$ شروع به حرکت می‌کند. اگر طول فنر k_1 افزایش یابد طول فنر k_2 چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟ (ضریب اصطکاک جنبشی هر دو جسم با سطح 0.15 است. از جرم فنرها صرف‌نظر کنید).



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

یکسان μ_k
 →

$$K_2 \Delta L_2 \quad K_1 \Delta L_1$$

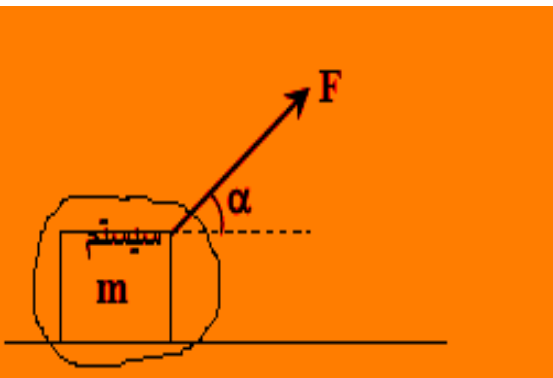
$$2m \quad m$$

$$m \times 200 \times \Delta L_2 = 2m \times 100 \times 2$$

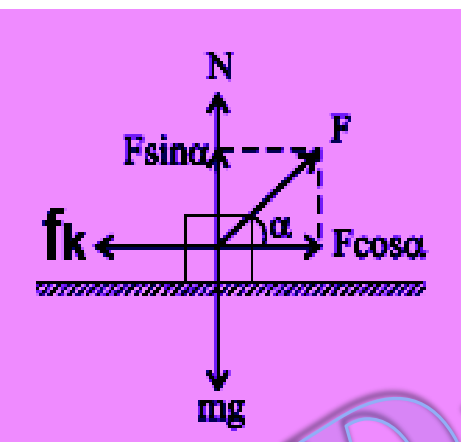
$$\Delta L_2 = 2\text{cm}$$

Dr. B. Barati
 09163014685

نکات لازم برای حل مسائل قوانین نیوتن:



۱) ابتدا یک سیستم دینامیکی در نظر می‌گیریم و آن را در مبدا مختصات قرار داده، سپس نیروهای لازم را مشخص و رسم می‌کنیم



۲) اگر نیرویی زاویه داشته باشد آن را روی محورهای X و Y تجزیه می‌کنیم

۳) قانون دوم نیوتن را به شکل زیر مورد استفاده قرار می‌دهیم

$$N + F \sin \alpha - mg = 0$$

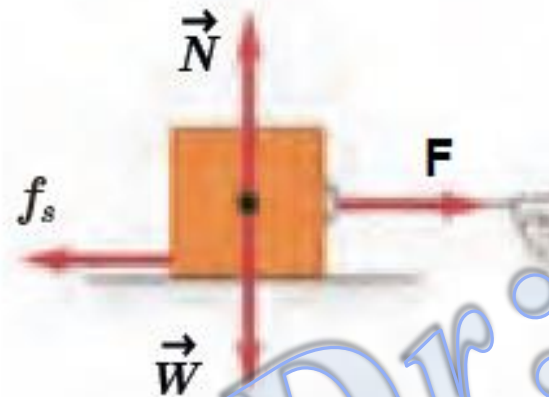
$$F \cos \alpha - f_k = ma$$

شتاب سیستم X مجموع جرمها = مجموع نیروهای مخالف حرکت - مجموع نیروهای موافق حرکت



در شکل روبه‌رو، کارگری سورتمه‌ حاوی بار را با نیروی افقی 300 N می‌کشد. اگر جرم سورتمه و بار آن 100 kg و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین سورتمه و سطح به ترتیب $0/30$ و $0/25$ باشد؟

الف) آیا سورتمه شروع به حرکت می‌کند؟
 ب) اگر حرکت می‌کند، شتاب حرکت آن را حساب کنید.
 پ) سرعت جسم را $6/0\text{ s}$ پس از حرکت به دست آورید. ($g = 9/8\text{ N/kg}$)



$$N = mg = 100 \times 9.8 = 980\text{ (N)}$$

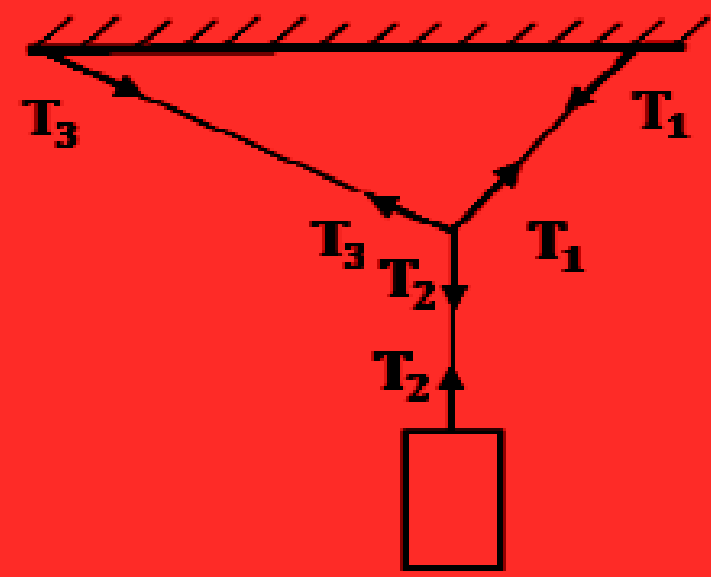
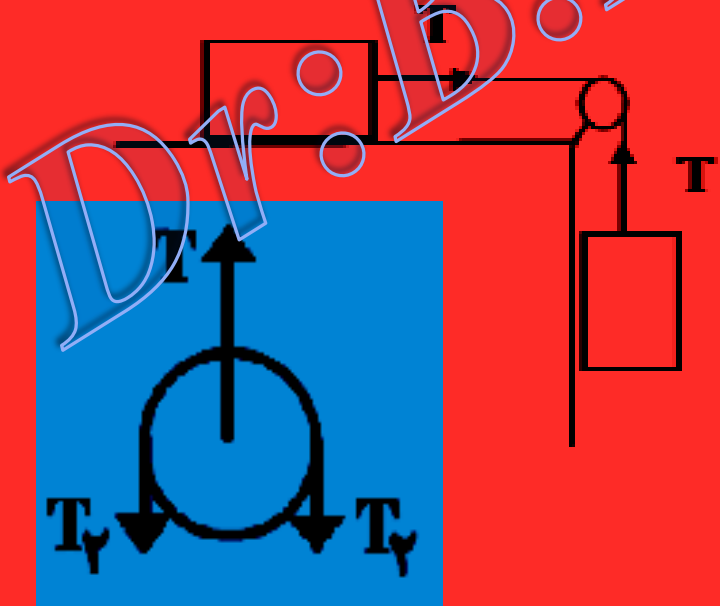
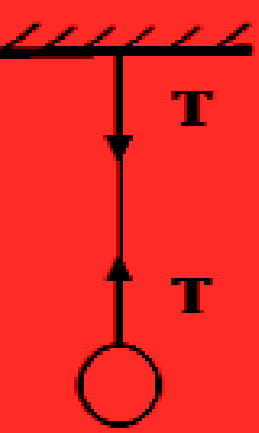
$$f_{s,\text{max}} = \mu_s N = 0/30 \times 980\text{ N} = 294\text{ N}$$

با توجه به اینکه $F = 300\text{ N} > 294\text{ N}$ است، پس سورتمه شروع به حرکت می‌کند.

$$\sum F_x = ma_x \rightarrow F - f_k = ma_x \rightarrow 300\text{ N} - 245\text{ N} = (100\text{ kg})a_x \Rightarrow a_x = 0/55\text{ m/s}^2$$

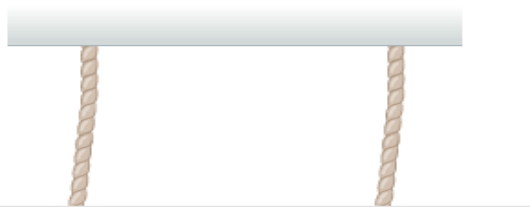
$$v = at + v_0 \rightarrow v = 0/55\text{ m/s}^2 \times 6/0\text{ s} + 0/0\text{ s} \Rightarrow v = 3/3\text{ m/s}$$

نیروی کشش نخ (T): نیرویی است که به نخ پاره شده در آن نقطه وارد می شود به شرطی که سیستم حالت قبلی خود را حفظ کند. نخ ها فقط نیروی کششی ایجاد نموده و نمی توانند نیروی فشاری ایجاد نمایند. اگر نخ بدون جرم فرض شود نیروی کشش نخ در تمام نقاطش یکسان می باشد و شکل تأثیری در تغییر نیروی کشش نخ ندارد.

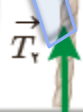


شرط تعادل این است که برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد.

$$\Sigma F = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \Sigma f_x = 0 \\ \Sigma f_y = 0 \end{cases}$$



به تهران خوش آمدید



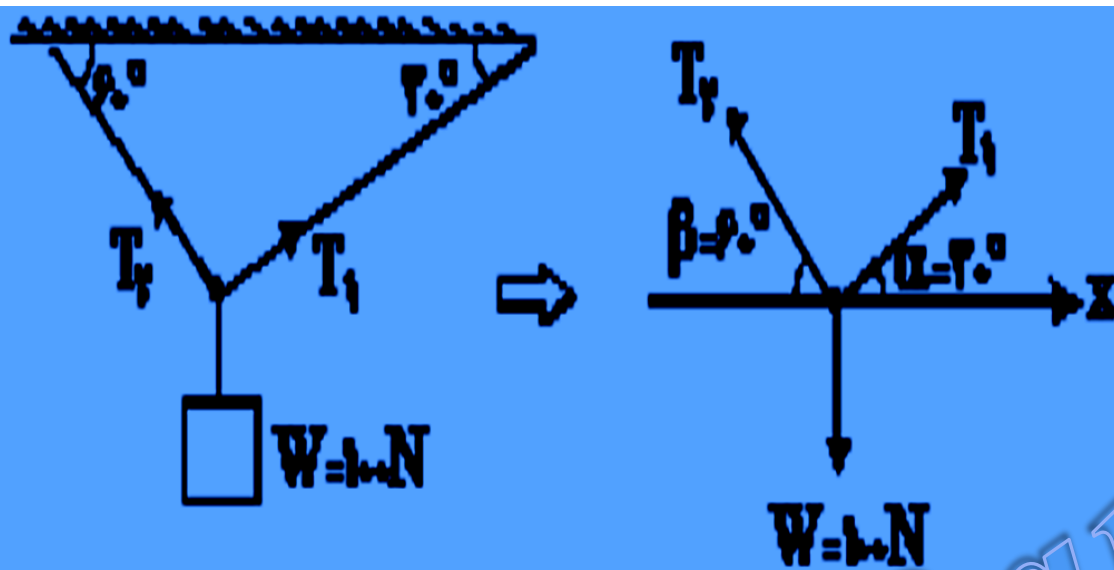
به تهران خوش آمدید



ex در شکل روبه‌رو، تابلویی به جرم 120 kg توسط دو طناب نسبتاً سبک به سقف آویزان شده است (عمود بر سطح افقی). نیروهای وارد بر جسم را تعیین کرده و مقدار آنها را به دست آورید.

$$T_1 + T_2 - W = ma = 0 \Rightarrow T_1 + T_2 = W = mg$$

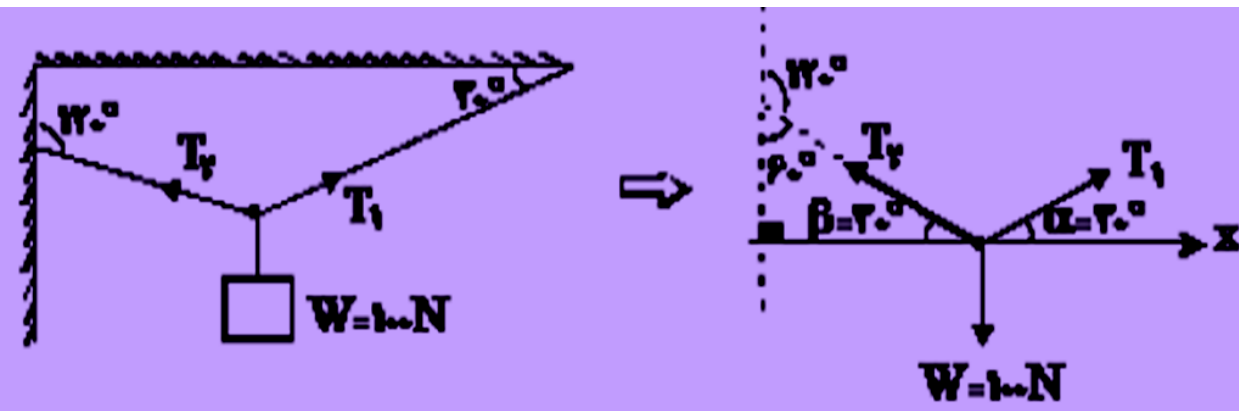
$$T_1 = T_2 \rightarrow 2T_1 = mg \rightarrow T_1 = \frac{mg}{2} = \frac{120\text{ kg} \times 9.8\text{ N/kg}}{2} = 588\text{ N}$$



مثال: در شکل زیر نیروهای کشش نخ T_1 و T_2 را حساب کنید.

$$T_1 = \frac{W \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{100 \times \cos 60}{\sin(30 + 60)} = \frac{100 \times \frac{1}{2}}{1} = 50(N)$$

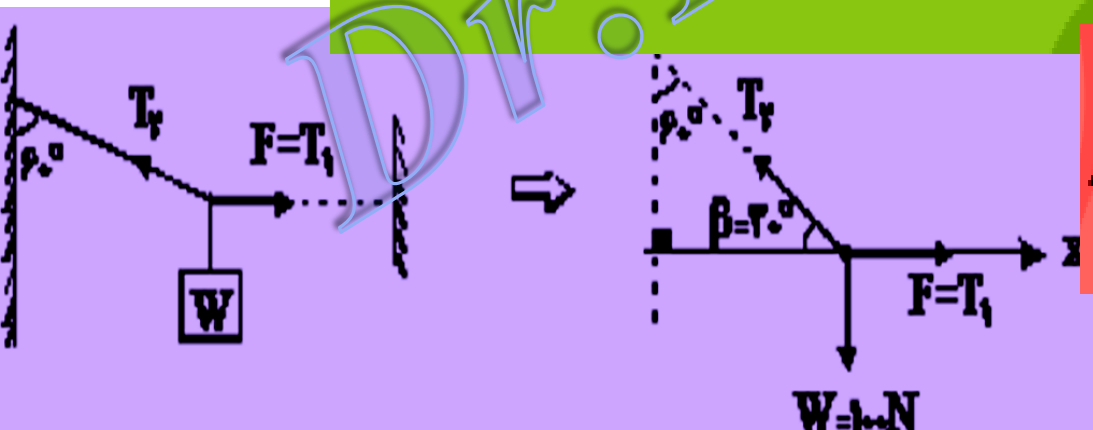
$$T_2 = \frac{W \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{100 \times \cos 30}{\sin(30 + 60)} = \frac{100 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = 50\sqrt{3}(N)$$



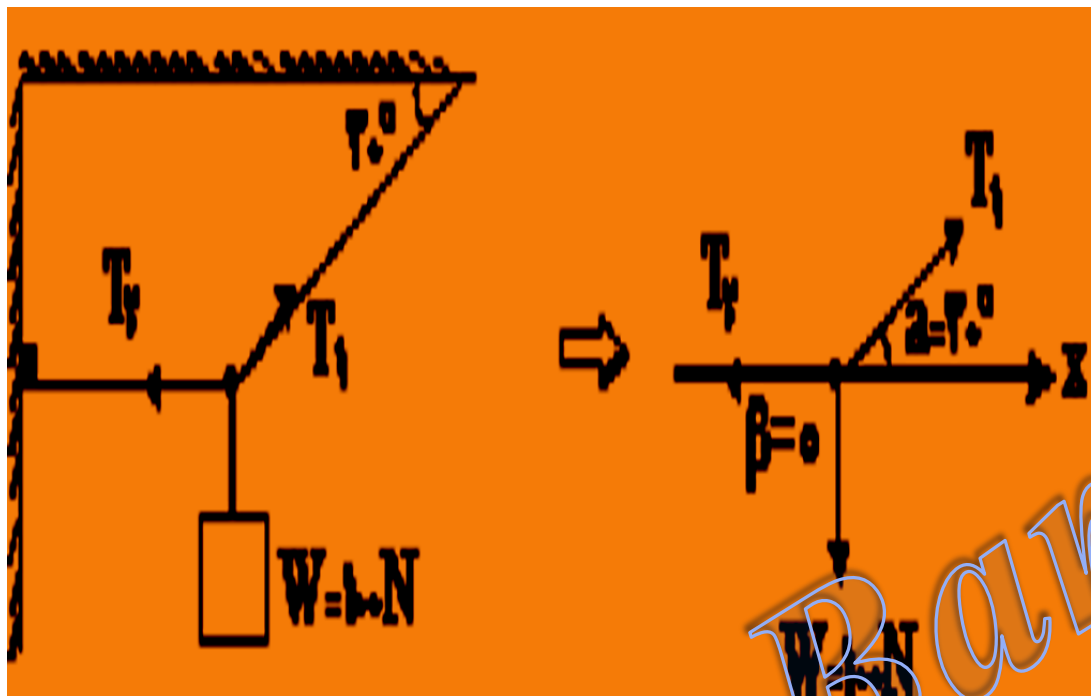
مثال: نیروهای T_1 و T_2 را حساب کنید

$$\alpha = \beta \Rightarrow T_1 = T_2 = \frac{W}{2\sin 30} = 100\text{N}$$

مثال: در شکل مقابل مقدار نیروی F چند نیوتن باشد تا وزنه W در حالت تعادل باشد؟



$$F = T_1 = \frac{W \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{100 \cos 30}{\sin 30} = 100\sqrt{3}\text{(N)}$$



مثال: نیروهای T_1 و T_2 را حساب کنید.

$$T_1 = \frac{W \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{100 \cos 0}{\sin 30} = \frac{100 \times 1}{\frac{1}{2}} = 200(N)$$

$$T_2 = \frac{W \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{100 \cos 30}{\sin 30} = \frac{100 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 100\sqrt{3}(N)$$

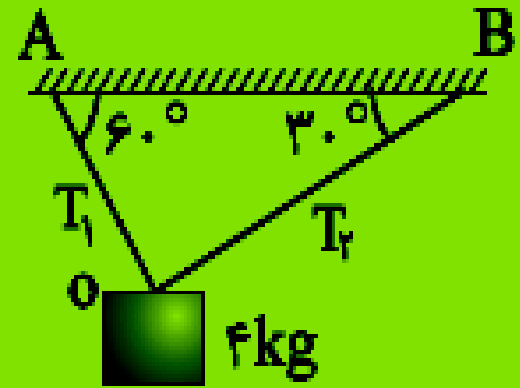
در شکل مقابل اگر نخ OA بریده شود، درست در لحظه‌ی قطع نخ وزنه با چه شتابی حرکت می‌کند؟

۲/۴

$2\sqrt{3}$ (۳)

۵/۲

$5\sqrt{3}$ (۱)



اگر از جرم نخ و قرقره و اصطکاک بین آنها صرف نظر کنیم نیروی واکنش سطح چقدر است؟

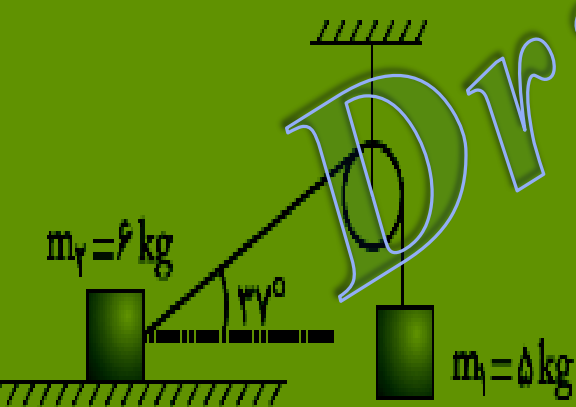
است؟ (جسم ساکن است)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۶۰ (۴)

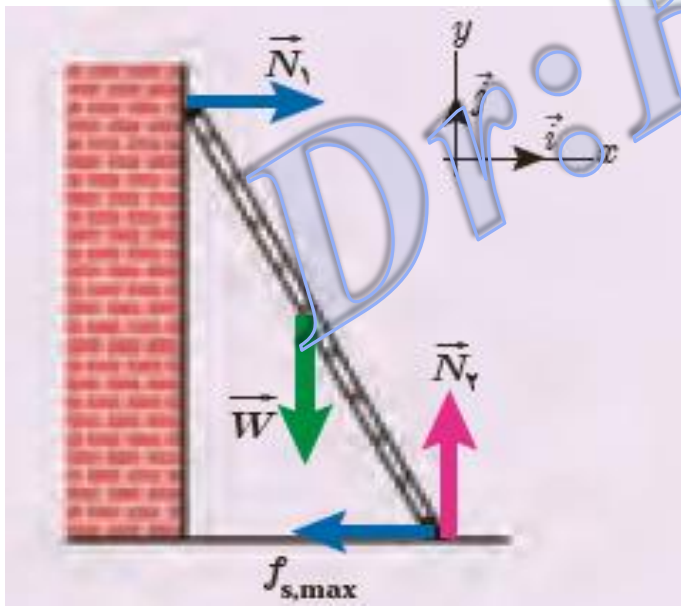
۵۰ (۳)



Dr. B. Barati



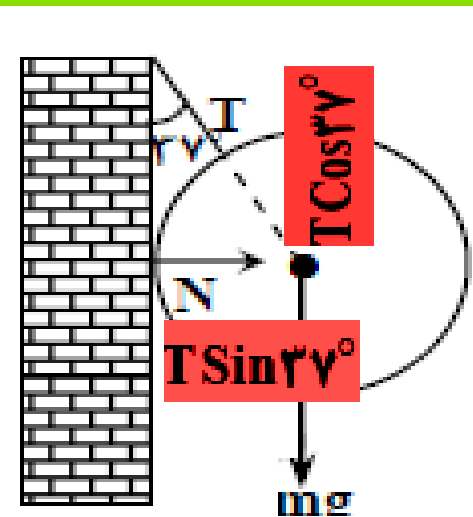
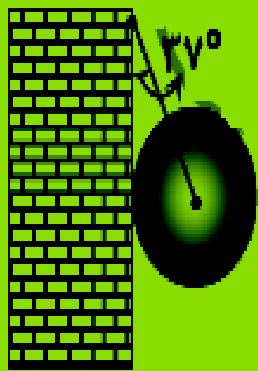
در شکل روبه‌رو یک نردبان یکنواخت به جرم 20 kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. در آستانه سر خوردن نردبان، چه نیروی از دیوار به نردبان وارد می‌شود؟ ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان 0.46 است.



$$N_2 = W = mg = 20\text{ kg} \times 9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 196\text{ N}$$

$$N_1 = f_{s,\max} = \mu_s N_2 = 0.46 \times 196 = 90.16\text{ (N)}$$

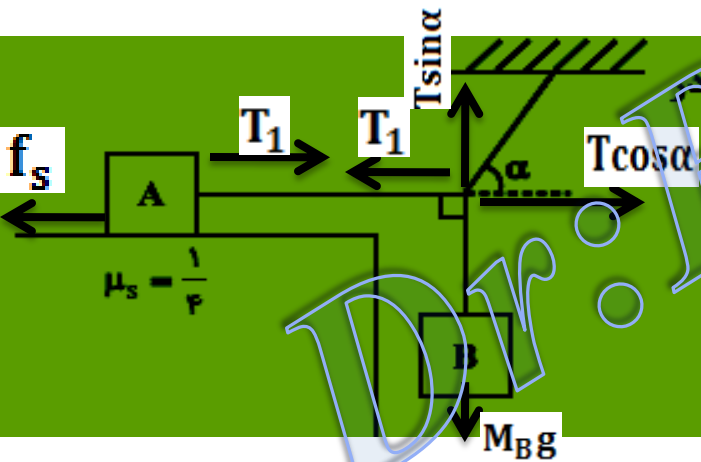
در شکل مقابل نیرویی که دیوار قائم بر نقطه‌ی تکیه‌گاه بر کره وارد می‌کند ۲۰ نیوتون است. جرم کره چند کیلوگرم است؟ (اصطکاک ناچیز، $g = 10 \text{ m/s}^2$ و $\sin 37^\circ = 0.6$ است.)



$g = 10 \text{ m/s}^2$ و $\sin 37^\circ = 0.6$ است.

$$\begin{cases} T \sin 37^\circ = N \\ T \cos 37^\circ = mg \end{cases} \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{N}{mg} \rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)



در شکل مقابل، اگر $\frac{m_A}{m_B} = 4$ باشد، زاویه‌ی α چند درجه باشد. تا وزنه‌ی آستانه‌ی حرکت روی سطح افقی قرار گیرد؟ (از جرم طناب صرف‌نظر شود.)

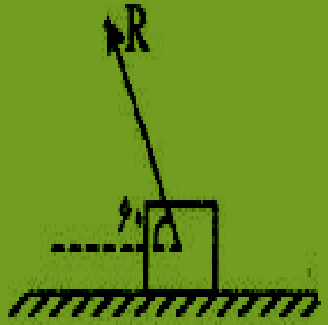
- ۳۰° (۱)
- ۴۵° (۲)
- ۵۳° (۳)
- ۶۰° (۴)

$$\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{M_{Bg}}{\mu_s M_{Ag}}$$

$$\tan \alpha = \frac{M_{Bg}}{\mu_s M_{Ag}}$$

$$\tan \alpha = \frac{M_B}{\frac{1}{4} 4 M_B} \Rightarrow \alpha = 45$$

مطابق شکل زیر، نیروی واکنش سطح با آن زاویه ی 60° می سازد. اگر جسم در حال حرکت باشد، ضریب اصطکاک جنبشی سطح کدام است؟ (بر جسم به جز نیروی وزن و واکنش سطح نیروی دیگری اثر نمی کند.)

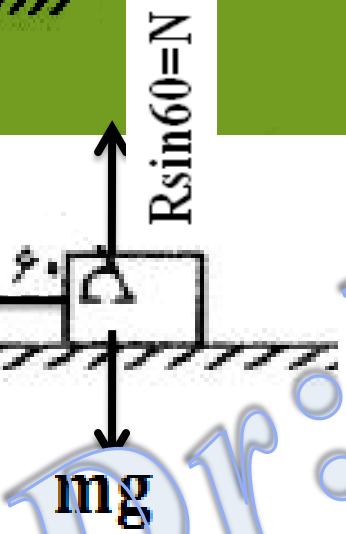


$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$



$$R \cos 60 = f_k = \mu_k N$$

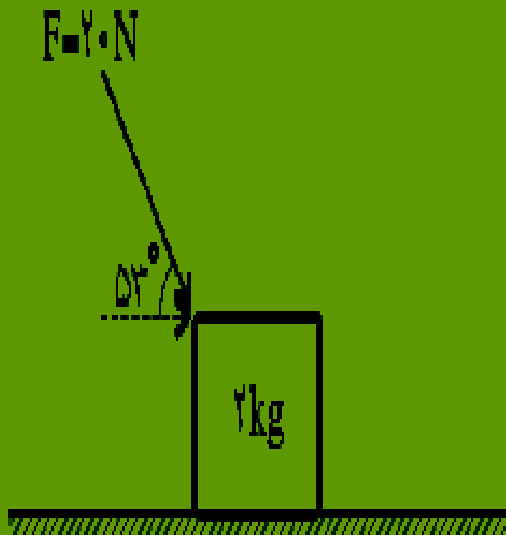
$$N = R \sin 60$$

$$R \cos 60 = \mu_k R \sin 60$$

$$\frac{1}{2} = \mu_k \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \mu_k = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱ - مطابق شکل روبه‌رو جسمی را با نیروی F هل می‌دهیم. اما جسم ساکن است. نیروی

اصطکاک ایستایی و نیروی عمودی تکیه‌گاه به ترتیب چند نیوتن است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

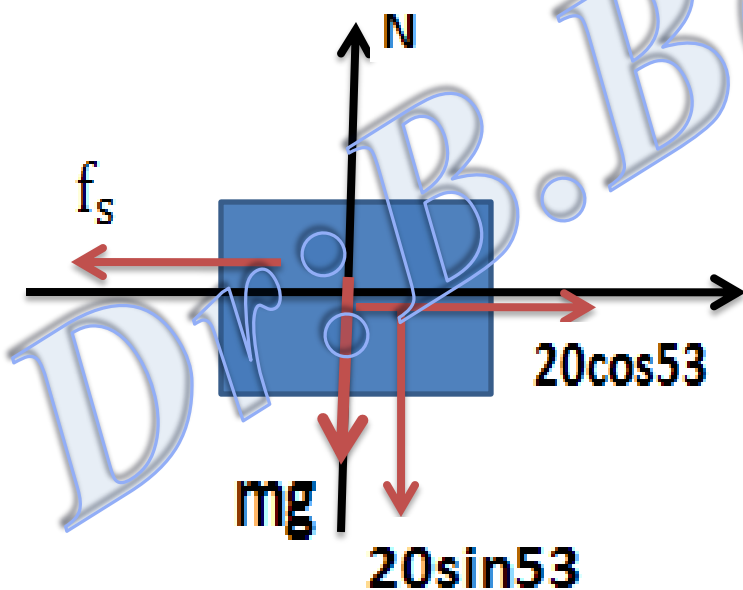


(۲) صفر - ۳۶

(۴) ۱۲ - ۳۶

(۱) صفر - ۲۰

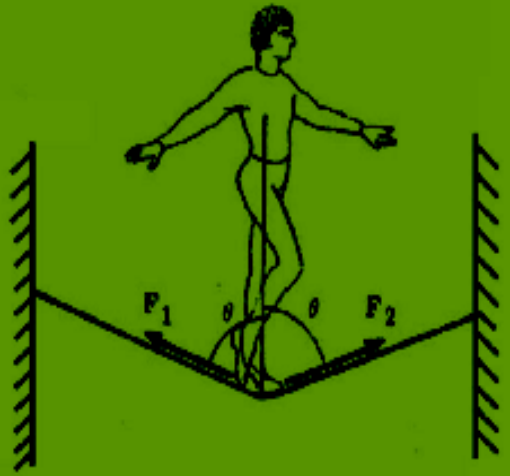
(۳) ۱۲ - ۲۰



$$f_s = 20 \cos 53 = 12 \text{ (N)}$$

$$N = mg + 20 \sin 53 = 20 + 16 = 36 \text{ (N)}$$

طنابی بین دو دیوار موازی در یک تراز بسته شده است و یک بند باز، درست در وسط طناب قرار دارد و بزرگی نیروی کشش طناب در جلو و پشت شخص به ترتیب F_1 و F_2 است.



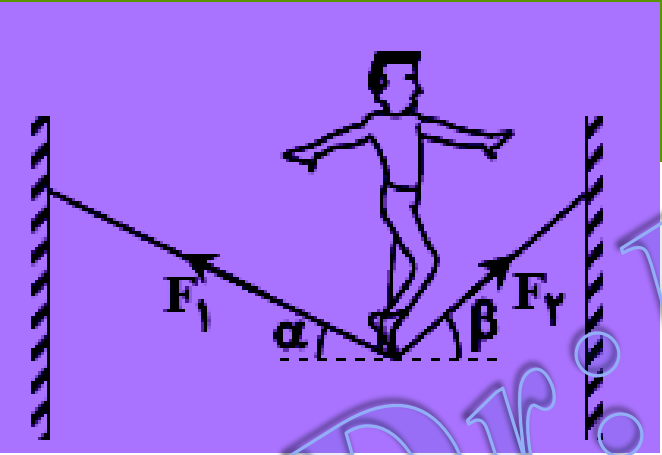
اگر شخص، به تدریج به سمت دیوار مقابل خود حرکت کند،.....

(۱) F_1 از F_2 کوچکتر می شود.

(۲) F_1 از F_2 بزرگتر می شود.

(۳) F_1 و F_2 برابر خواهند ماند ولی هر دو افزایش می یابند.

(۴) F_1 و F_2 برابر خواهند ماند ولی هر دو کاهش می یابند.



$$F_1 \cos \alpha = F_2 \cos \beta \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$$

$$\beta > \alpha \Rightarrow \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} < 1 \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} < 1 \Rightarrow F_1 < F_2$$

روشن دوم

$$L_2 \downarrow, L_1 \uparrow \Rightarrow F_2 \uparrow, F_1 \downarrow$$

در شکل زیر، جسم با نیروی افقی F_1 در آستانه حرکت قرار می‌گیرد و با نیروی افقی F_2 با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد. اگر نیروی اصطکاک در این دو حالت به ترتیب f_1 و f_2 باشد، کدام مورد درست است؟ ($\mu_s > \mu_k$)



$$f_1 > f_2 \cdot F_1 > F_2 \quad (1)$$

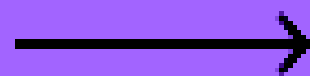
$$f_1 > f_2 \cdot F_1 = F_2 \quad (2)$$

$$f_1 = f_2 \cdot F_1 < F_2 \quad (3)$$

$$f_1 = f_2 \cdot F_1 = F_2 \quad (4)$$

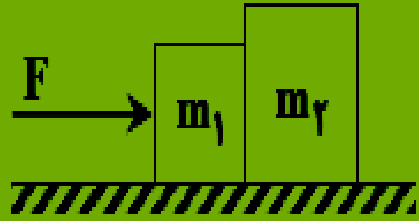
$$\left. \begin{array}{l} f_1 = mg \quad (1) \\ f_2 = mg \quad (2) \end{array} \right\} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \mu_s F_1 = mg \quad (1) \\ \mu_k F_2 = mg \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\mu_s > \mu_k$$



$$F_1 < F_2$$

مطابق شکل زیر، نیروی F به جسم m_1 وارد می‌شود و مجموعه با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی هر یک از دو جسم با سطح افقی برابر μ_k است. اگر در همین حالت که نیروی F وارد می‌شود، ضریب اصطکاک جنبشی هر یک از دو جسم با سطح افقی نصف شود، نیرویی که دو جسم به هم وارد می‌کنند، چند برابر می‌شود؟



۱ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۳)

یکسان a
 یکسان μ_k

$$\left. \begin{array}{l} F \Rightarrow m_1 + m_2 \\ F' \Rightarrow m_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{یکسان } a \\ \text{یکسان } \mu_k \end{array} \left| F' = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F \right.$$

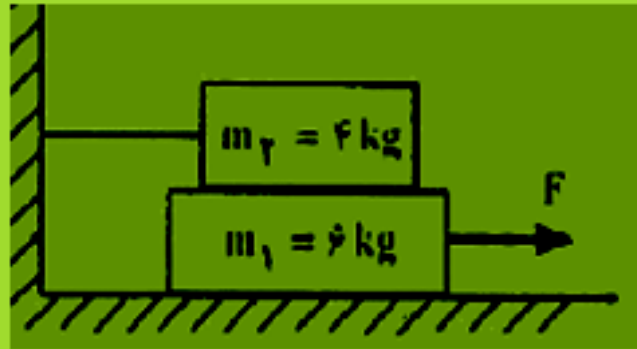
یکسان a
 یکسان μ_k

$$\left. \begin{array}{l} F \Rightarrow m_1 + m_2 \\ F'' \Rightarrow m_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{یکسان } a \\ \text{یکسان } \mu_k \end{array} \left| F'' = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F \right.$$



$$F' = F''$$

مثال: در شکل روبرو، اصطکاک سطح افقی با وزنه m_1 ناچیز است و نیروی F حداقل باید ۱۲ نیوتن باشد تا وزنه m_1 به حرکت در آید حال اگر نخ بسته شده به دیوار را باز کنیم نیروی افقی F حداکثر چند نیوتن می تواند باشد تا وزنه ها نسبت به هم نلغزند.



۴۰ (د)

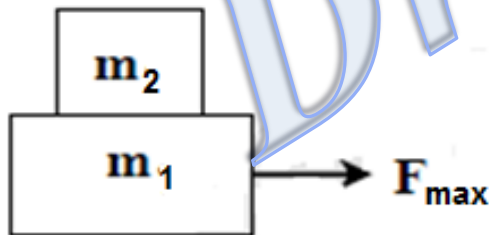
۴۰ (ج)

۱۸ (ب)

۱۲ (ا)

حل: به جسم m_1 دو نیروی F و f_s از طرف جسم m_2 وارد می شود. چون جسم m_1 با حداقل نیروی ۱۲

نیوتن به حرکت در می آید حداکثر نیروی اصطکاک $f_{s\max}$ بین دو جسم برابر ۱۲ N است $F_{\min} = f_{s\max}$



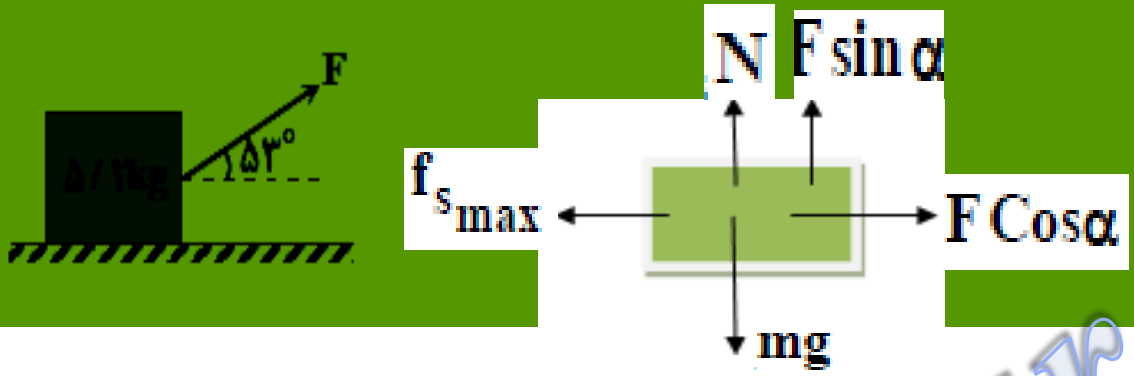
$$F_{\max} = (m_1 + m_2)\mu_s g = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2}\right) \mu_s m_2 g = \frac{10}{4} \times 12 = 30 \text{ N}$$

$$\frac{F_{\max}}{m_1 + m_2} = \frac{f_{s\max}}{m_2} \Rightarrow \frac{F_{\max}}{4 + 6} = \frac{12}{4} \Rightarrow F_{\max} = 30$$

روشن دوم

در شکل مقابل، F را به تدریج زیاد می‌کنیم، وقتی به ۲۰ نیوتون رسید وزنه روی سطح افقی شروع به حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک ایستایی

چه قدر است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



$$\mu_s = \frac{f_{s \max}}{N} \Rightarrow \mu_s = \frac{F \cos 53}{mg - F \sin 53} \Rightarrow \mu_s = \frac{20 \times 0.6}{52 - 20 \times 0.8} = \frac{1}{3} \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$

مثال: جسمی به جرم m را با سرعت 72 km/h روی سطح افقی پرتاب می‌کنیم پس از آنکه جسم به اندازه 75 روی سطح جابجا شد سرعتش به 10 m/s می‌رسد ضریب اصطکاک سطح چیست؟

- الف) 0.1
- ب) 0.2
- ج) 0.3
- د) 0.4

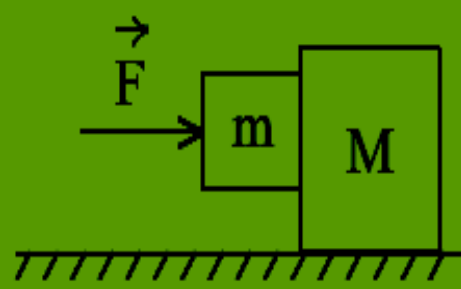
داریم $a = -\mu_k g$

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 10^2 - 20^2 = 2a (75)$$

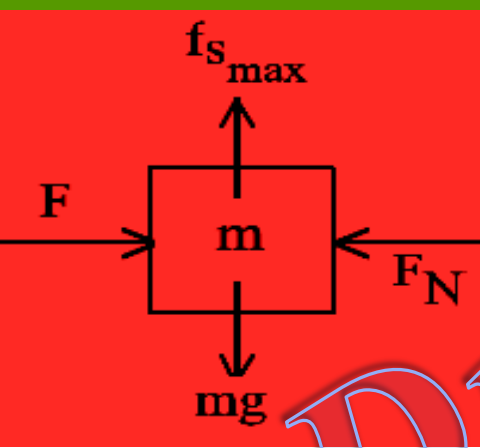
$$a = -2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow -2 = -\mu_k \times 10 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

در شکل مقابل دو جرم به یکدیگر تکیه دارند. ضریب اصطکاک ایستایی بین قطعه‌ها $\mu_s = 0.5$ است، ولی سطح افقی بدون اصطکاک است. کمترین مقدار نیروی افقی F چند نیوتون باشد تا از لغزیدن جرم m بر روی جرم M جلوگیری کند؟

$(M = 40 \text{ kg}, m = 10 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



- ۱۲۵ (۱)
- ۲۰۰ (۳)



$$f_{s_{\max}} = mg$$

$$f_{s_{\max}} = \mu_s F_N \Rightarrow F_N = \frac{mg}{\mu_s} = \frac{100}{0.5} = 200(N)$$

$$\left. \begin{array}{l} F = 50a \\ F - F_N = 10a \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{یکسان } a} F = \frac{4}{5} F_N$$

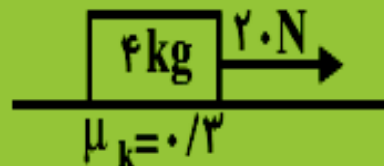
$$F = \frac{5}{4} \times 200 = 250(N)$$

$$\frac{F}{50} = \frac{F_N}{40} = \frac{mg}{\mu_s} = \frac{100}{0.5} = 200 \Rightarrow F = 250(N)$$

روشن دوم

exa در شکل مقابل، جسم از حال سکون، در مسیر افقی و در لحظه‌ی $t = 0$ تحت نیروی ثابت به حرکت درمی‌آید و بعد از ۳ ثانیه نخ بسته

شده به جسم پاره می‌شود. کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظه‌ی ایستادن طی می‌کند، چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



۱۲ (۲)

۹ (۱)

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

$$F - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = 2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

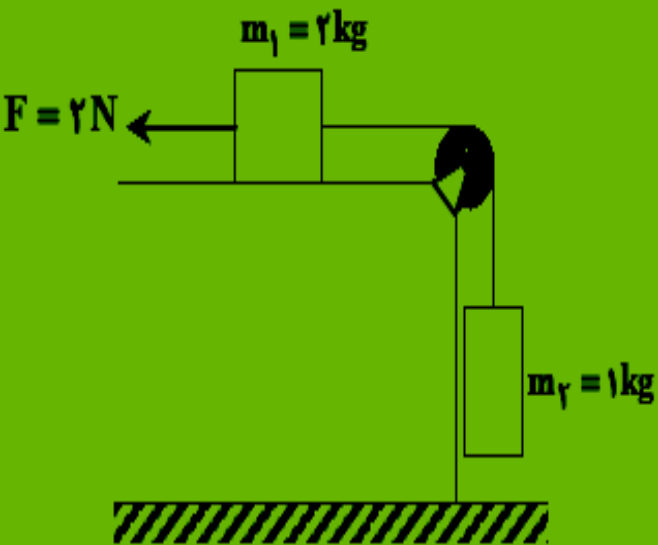
$$\Delta x = \frac{1}{2} a(t)^2 \Rightarrow \Delta x = 9 \text{ m}$$

$$0 - \mu_k mg = ma' \Rightarrow a' = -3 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

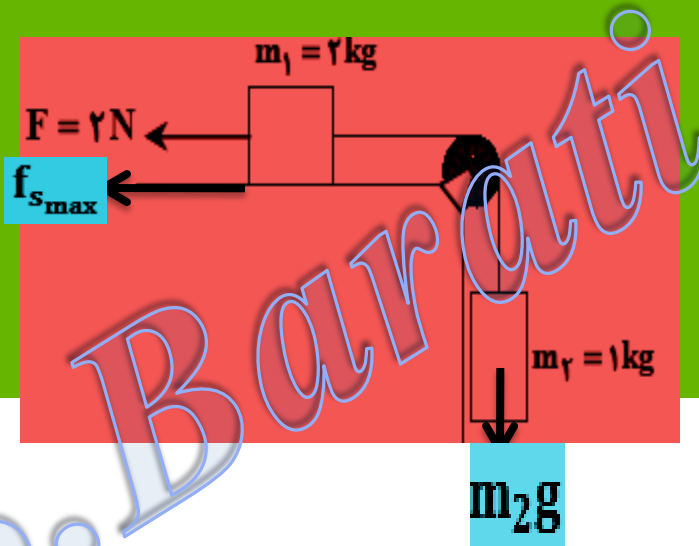
$$\Delta x' = \frac{v_0^2}{2|a'|} = \frac{36}{6} = 6 \text{ (m)}$$

$$\Delta X_T = 15 \text{ (m)}$$

exam در شکل روبه‌رو، جسم m_2 در آستانه‌ی حرکت رو به پایین است. نیروی افقی F را چند نیوتون افزایش دهیم تا وزنه‌ی m_2 در آستانه‌ی



حرکت رو به بالا قرار گیرد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) از جرم و اصطکاک نخ و قرقره صرف‌نظر کنید.

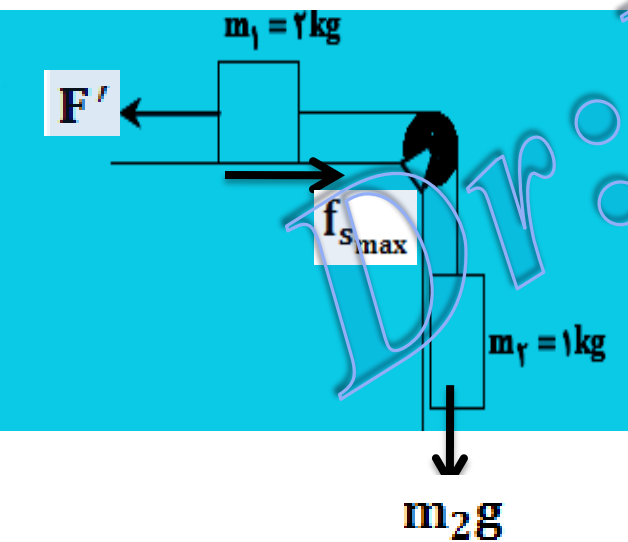


۲۰ (۱)

۱۸ (۲)

۱۶ (۳)

۸ (۴)



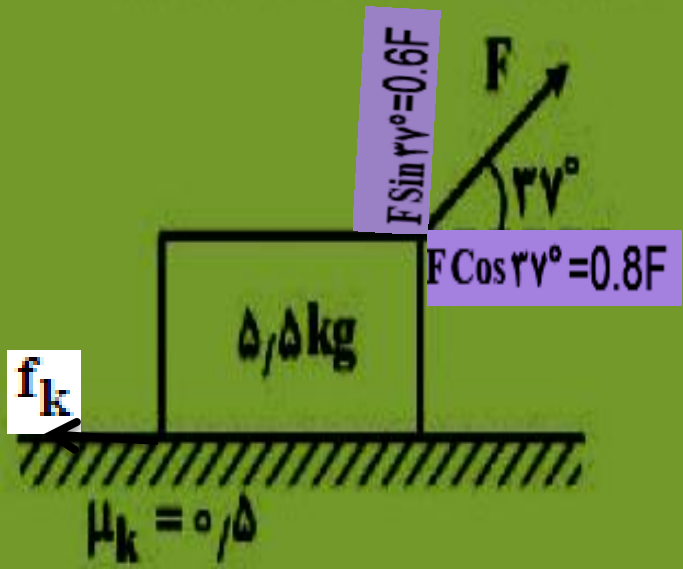
$$m_2g - F_s - 2 = 0 \Rightarrow F_s = 8(N)$$

$$F' - f_s - m_2g = 0 \Rightarrow F' = 18(N)$$

$$\Delta F = 18 - 2 = 16(N)$$

در شکل زیر، جسم با سرعت ثابت در سطح افقی در حال حرکت است. اگر نیروی F ، 2 برابر شود، نیروی اصطکاک

جنبشی چند برابر می شود؟ $(\sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{m}{s^2})$



۳
۸
۱ (۳)
۲ (۴)

$$0.8F = 0.5(55 - 0.6F) = 0 \Rightarrow F = 25(N) \Rightarrow F' = 50(N)$$

$$\frac{f_{k_2}}{f_{k_1}} = \frac{N_2}{N_1} \rightarrow \frac{55 - 0.6 \times 50}{55 - 0.6 \times 25} = \frac{5}{8}$$

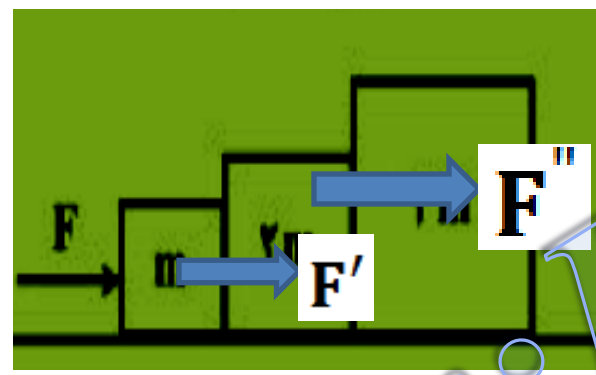
در شکل زیر، نیروی افقی F ، سیستم را از حال سکون به حرکت در می‌آورد. نیرویی که در این حالت وزنه‌های m و $2m$ به هم وارد می‌کنند، F' و نیرویی که وزنه‌های $2m$ و $3m$ به هم وارد می‌کنند، F'' است. کدام رابطه درست است؟

$F > F' > F''$ (۱)

$F < F' < F''$ (۲)

$F > F' = F''$ (۳)

$F = F' = F''$ (۴)



$F \Rightarrow 6m$	} یکسان a → $F > F' > F''$
$F' \Rightarrow 5m$	
$F'' \Rightarrow 3m$	

Dr: B Barati

مطابق شکل زیر، بر روی سطح افقی بدون اصطکاک، سه جعبه با جرم یکسان با نیروی افقی F به سمت راست هل داده می‌شوند. اگر نیرویی که m_1 به m_2 وارد می‌کند F' و نیرویی که m_2 به m_3 وارد می‌کند، F'' باشد. کدام رابطه درست است؟

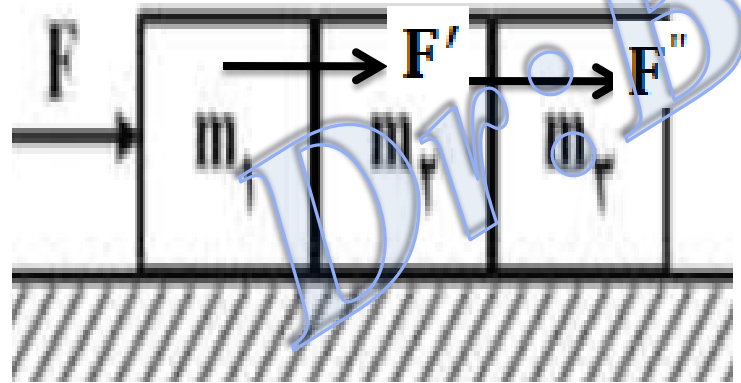


$$F = \frac{2}{3}F' = 2F'' \quad (1)$$

$$F = \frac{2}{3}F' = 2F'' \quad (1)$$

$$F = F' = F'' \quad (2)$$

$$F = 2F' = \frac{2}{3}F'' \quad (3)$$

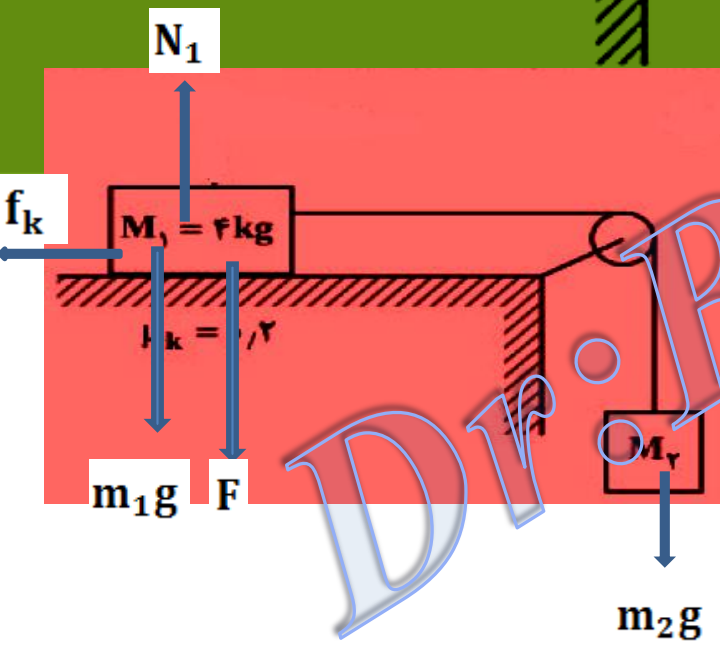
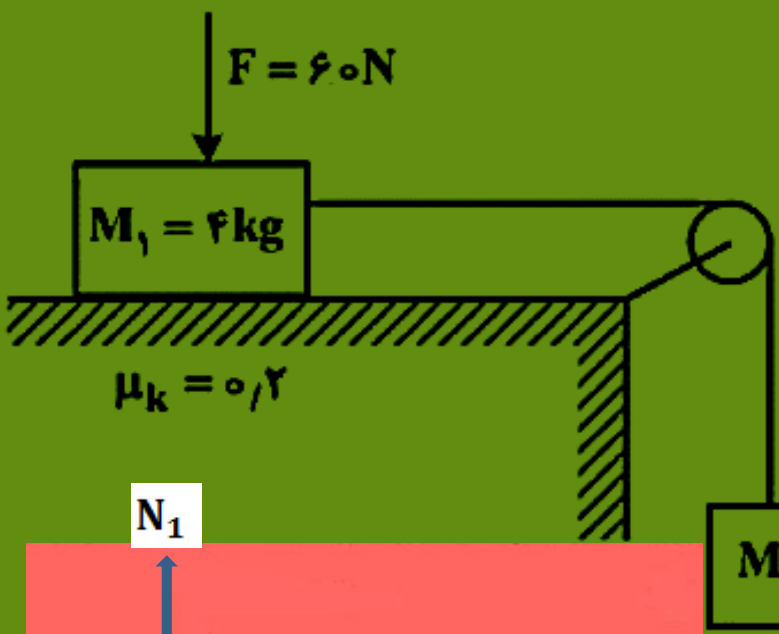


$$\left. \begin{array}{l}
 F \Rightarrow 3m \\
 F' \Rightarrow 2m \\
 F'' \Rightarrow m
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \text{یکسان } a \\
 \longrightarrow F = \frac{3}{2}F' = 3F''
 \end{array}$$

در شکل زیر، وزنه M_2 تحت تأثیر نیروهای وارده با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اگر نیروی قائم F را حذف کنیم،

شتاب حرکت وزنه‌ها چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

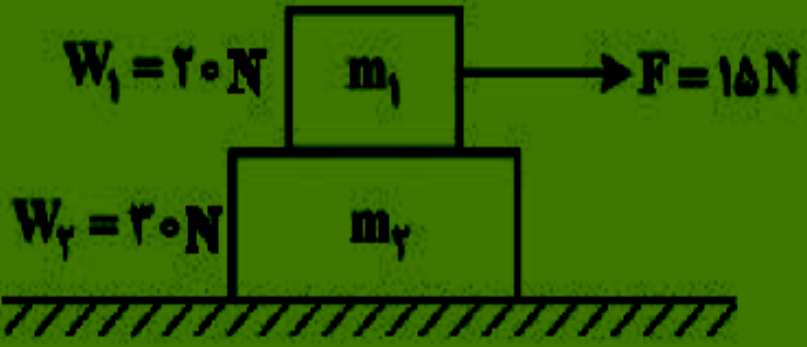


$$M_2 g - f_k = 0 \Rightarrow M_2 = \frac{\mu_k (M_1 g + F)}{g} \Rightarrow M_2 = 2 \text{ kg}$$

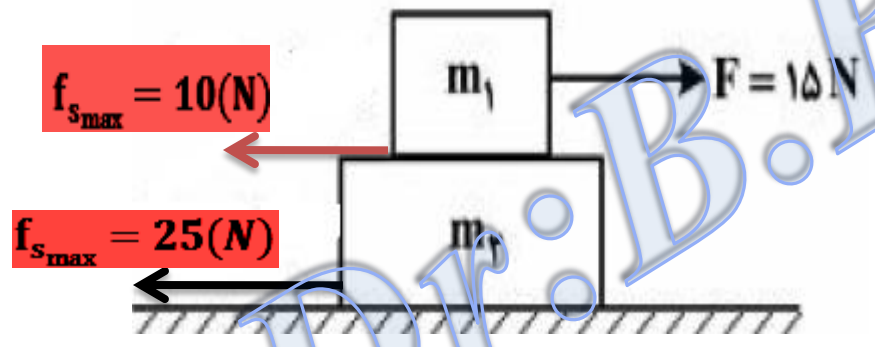
$$a = \frac{M_2 g - f_k}{M_1 + M_2} \Rightarrow a = \frac{20 - 8}{6} = 2 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

در شکل زیر، دو جسم به وزن های W_1 و W_2 روی سطح افقی قرار دارند. نیروی افقی F به جسم m_1 وارد می شود. اگر ضریب اصطکاک

ایستایی در کلیه سطوح برابر $\frac{1}{4}$ باشد، کدام نتیجه حاصل می شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



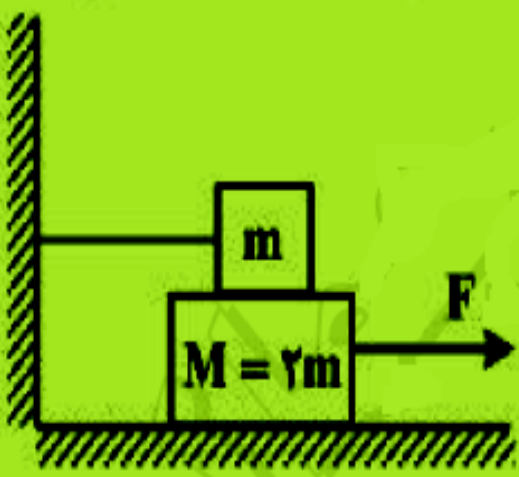
- (1) هر دو جسم ساکن می مانند.
- (2) هر دو جسم با یک شتاب به حرکت در می آیند.
- (3) دو جسم با شتاب های مختلف به حرکت در می آیند.
- (4) جسم m_2 ساکن می ماند ولی m_1 روی m_2 می لغزد.



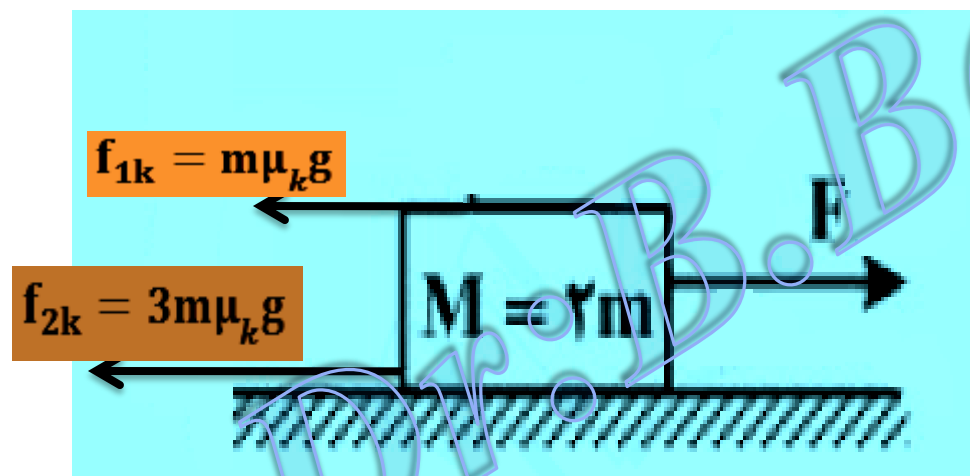
$15 > 10 \Rightarrow m_1$ متحرک

$15 < 25 \Rightarrow m_2$ ساکن

در شکل زیر، ضریب اصطکاک جنبشی بین کلیه سطوح μ_k است. نیروی افقی F به جرم M شتاب a را می‌دهد. F کدام است؟



$M(a + \frac{1}{2}\mu_k g)$ (۲)	$M(a + \frac{1}{2}\mu_k g)$ (۱)
$M(a + 2\mu_k g)$ (۴)	$M(a + 2\mu_k g)$ (۳)



$$F - F_{2k} - F_{1k} = Ma$$

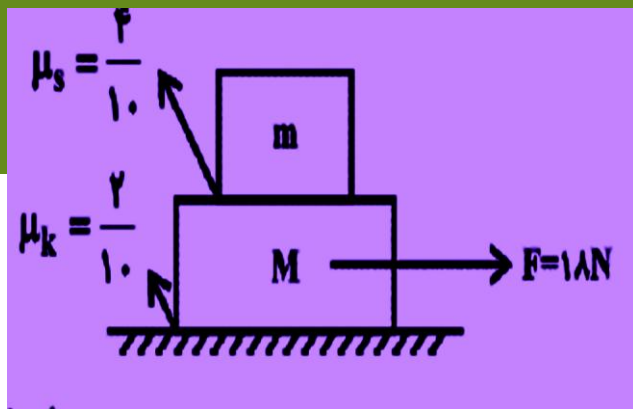
$$F - 3m\mu_k g - m\mu_k g = Ma$$

$$F = Ma + 4m\mu_k g$$

$$F = M(a + 2\mu_k g)$$

مثال: با توجه به شکل، اگر مجموعه در حال حرکت باشد و m نسبت به M ساکن باشد اندازه نیروی

اصطکاک بین دو جسم چند نیوتن است. $m=2\text{ kg}$ و $M=4\text{ Kg}$.



الف) 6

ب) 1

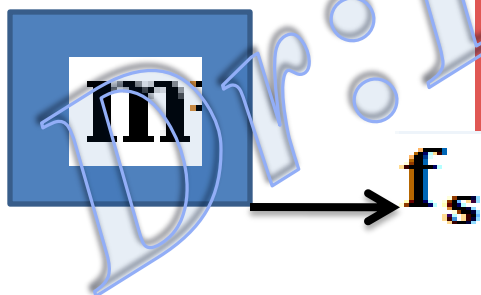
ج) 2

د) 8

$$F - f_k = (m + M)a \Rightarrow$$

$$F - \mu_k(m_1 + m_2)g = (m + M)a$$

$$18 - 0/2(2 + 4) \times 10 = (2 + 4)a \Rightarrow a = 1\text{ m/s}^2$$



$$f_s = ma = 2 \times 1 = 2\text{ (N)}$$

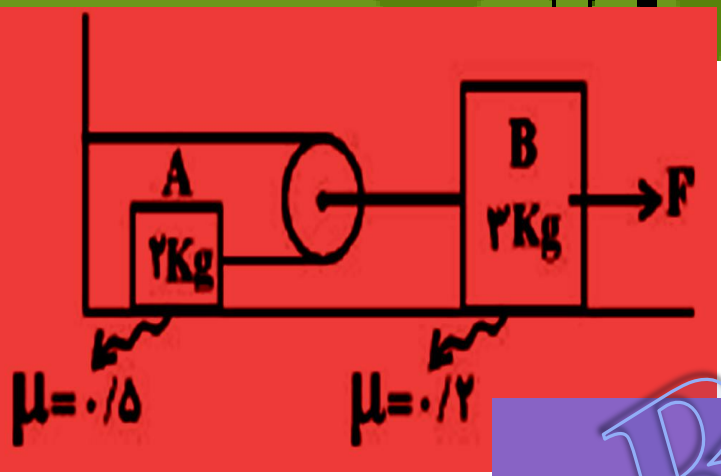
مثال: در شکل مقابل نیروی F چند نیوتن باشد تا جسم A در آستانه‌ی لغزش قرار گیرد.

الف: ۱۶

ب: ۲۰

ج: ۲۶

د: ۳۶



برای جسم B $\Rightarrow f_{smaxB} = 0.2 \times 30 = 6(N)$

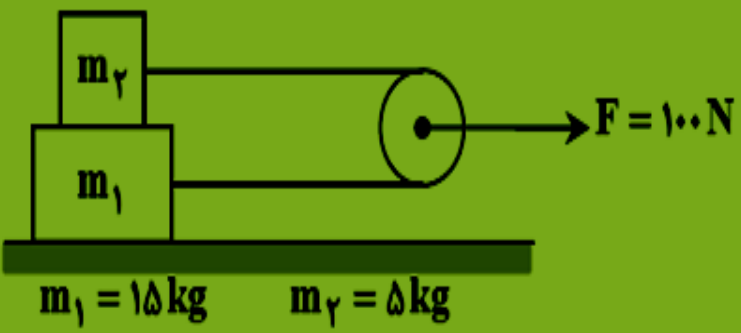
برای جسم A $\Rightarrow f_{smaxA} = 0.5 \times 20 = 10(N)$

برای حرکت مجموعه $\Rightarrow T \geq f_{smaxA} = \mu \times N \Rightarrow T \geq 0.5 \times 20 \Rightarrow T \geq 10(N)$

$F \geq 2T + f_{smaB} \Rightarrow F \geq 2 \times 10 + 0.2 \times 3 \Rightarrow F \geq 26(N)$

test در شکل مقابل، جرم طناب و قرقره و اصطکاک آن ناچیز و ضریب اصطکاک در کلیه سطوح $\mu_s = 0/6$ و $\mu_k = 0/3$ است. اگر وزنه‌ها از حال سکون به صورت نشان داده شده کشیده شوند، در ابتدای شروع حرکت در مورد

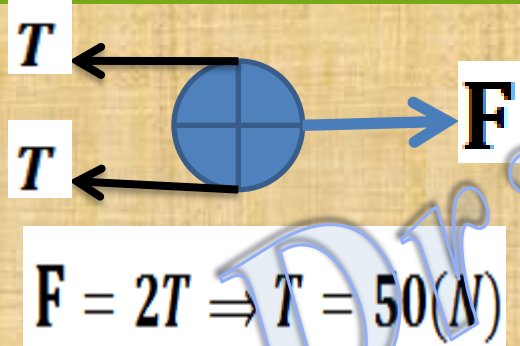
شتاب وزنه‌ها کدام درست است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



$$a_2 = 5 \frac{m}{s^2} \text{ و } a_1 = 3 \frac{m}{s^2} \quad (2)$$

$$a_2 = 7 \frac{m}{s^2} \text{ و } a_1 = 1 \frac{m}{s^2} \quad (1)$$

(3) m_1 ساکن می ماند و m_2 با شتاب $7 \frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی آید. (4) m_1 ساکن می ماند و m_2 با شتاب $5 \frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی آید.

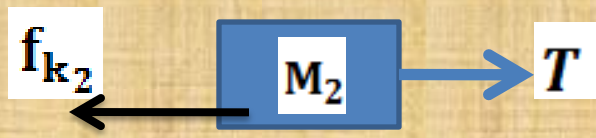


$$f_{s_{max}} = \mu_s (m_1 + m_2) g = 120(N) > 100(N)$$

ساکن می ماند m_1

$$f_{s_{2max}} = \mu_s m_2 g = 30(N) < T = 50(N)$$

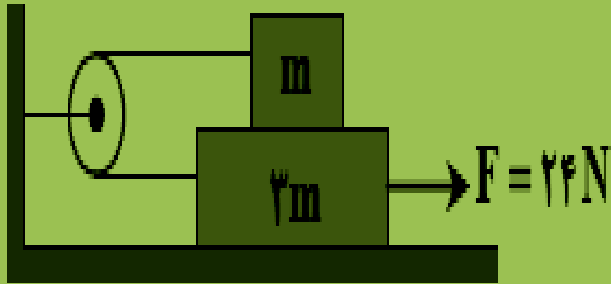
حرکت می کند m_2



$$T - f_{2k} = M_2 a \Rightarrow T - 0.3 \times 5 \times 10 = 5a \Rightarrow a = 7 \frac{m}{s}$$

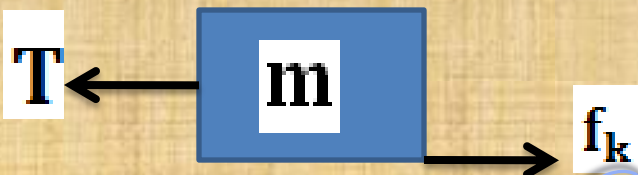
test در شکل زیر، $m = 2\text{kg}$ است. اگر ضریب اصطکاک بین تمام سطوح $\mu_k = 0.1$ باشد،

شتاب حرکت دستگاه چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱/۵ (۱)

۲ (۳)



$$f_k = 0.1 \times 20 = 2(N)$$

$$T - f_k = ma \Rightarrow T = 2 + 2a$$

$$F - T - f_k - f_k' = 3ma$$

$$\Rightarrow 24 - 2 - 2a - 2 - 8 = 6a$$



$$f_k' = 0.1 \times 80 = 8(N)$$

$$a = 1.5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

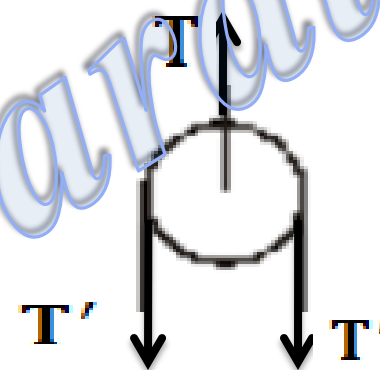
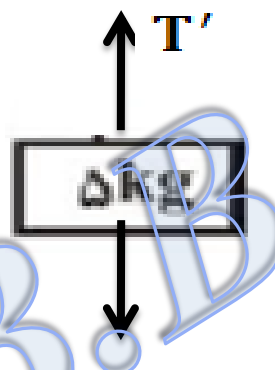
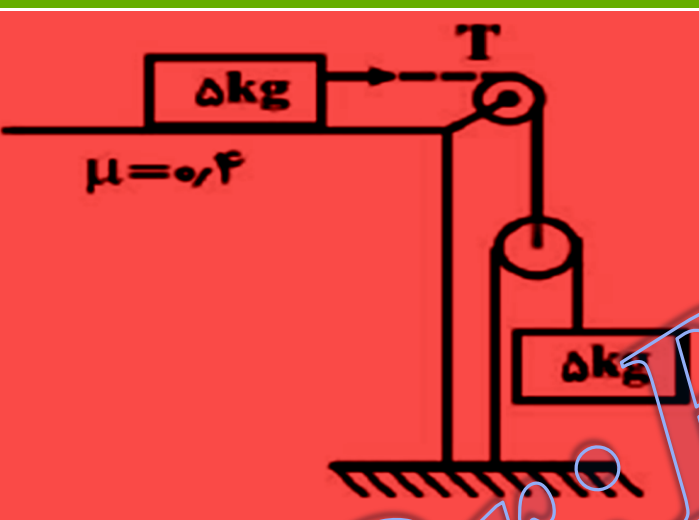
مثال: در شکل مقابل جرم قرقره، نخ و اصطکاک در محل قرقره ناچیز است نیروی کشش ریسمان T چند نیوتن است.

د: ۵۰

ج: ۳۶

ب: ۲۰

الف: ۱۰



$$50 - T' = 5a \quad \text{برای وزنه پایینی}$$

$$T - 50 \times 0/4 = 5 a/2 \quad \text{برای وزنه بالایی}$$

$$T = 2T' \quad \text{از طرفی}$$

$$\Rightarrow a = 6/4(N) \Rightarrow T' = 18(N)$$

$$T = 2T' = 2 \times 18 = 36(N)$$

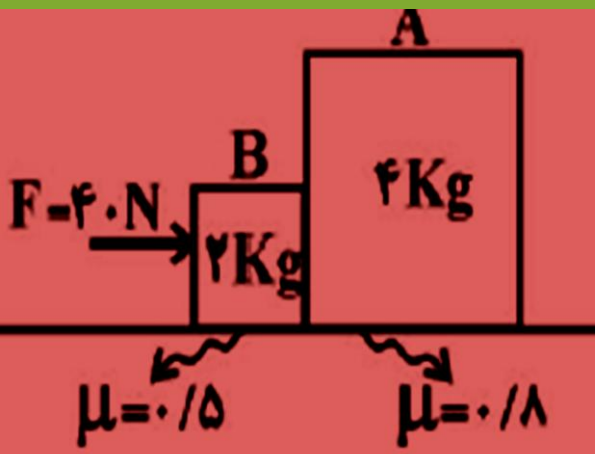
مثال: در شکل مقابل حداقل نیرویی که از طرف جسم B به جسم A وارد می شود چند نیوتن است.

10(د)

0(ج)

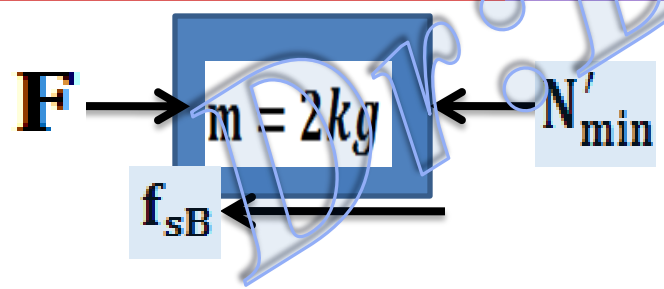
32(ب)

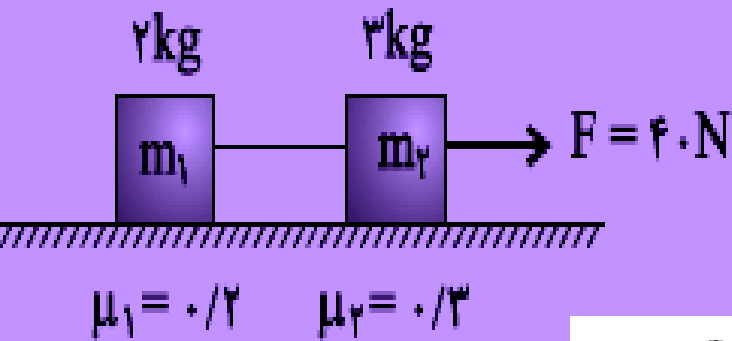
30(الف)



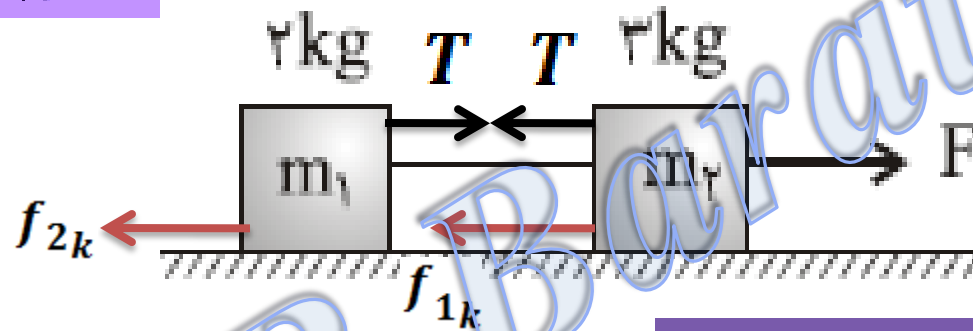
$f_{smax} = 0.5 \times 20 + 0.8 \times 40 = 42N > F = 40 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow$ مجموعه ساکن

$F = f_{sB} + N'_{min} \Rightarrow 40 = 0.5 \times 20 + N'_{min} \Rightarrow N'_{min} = 30$ نیوتن





در شکل مقابل، کشش نخ را به دست آورید؟



$$F - f_{1k} - f_{2k} = (M_1 + M_2)a$$

$$F - (\mu_{1k} M_1 + \mu_{2k} M_2)g = (M_1 + M_2)a$$

$$40 - 0.3 \times 3 \times 10 - 0.2 \times 2 \times 10 = (3 + 2)a$$

$$a = 5.4 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

$$F - T - f_{1k} = M_1 a$$

$$40 - T - 9 = 3 \times 5.4$$

$$\Rightarrow T = 14.8 \text{ (N)}$$

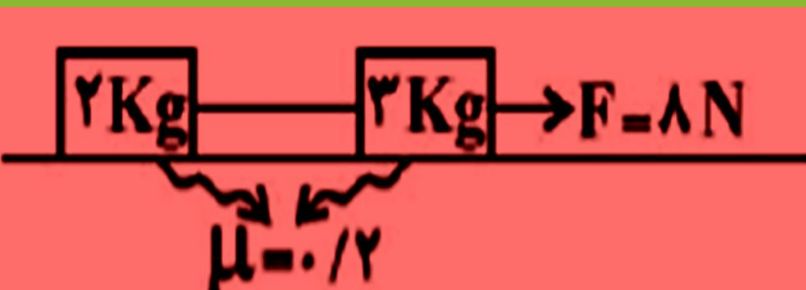
مثال: در شکل مقابل نیروی کشش ریسمان سبک اتصال دو جسم چند نیوتنی است؟

د: $2 \leq T \leq 4$

ج: صفر

ب: ۲

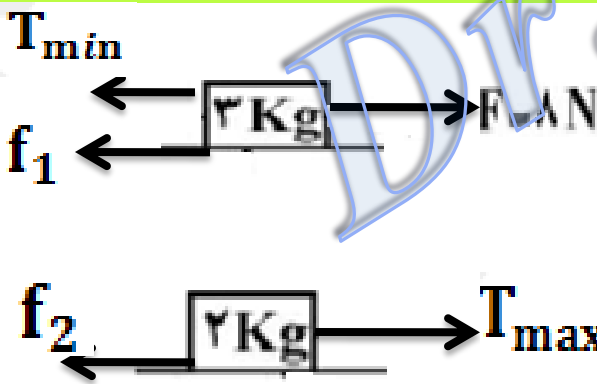
الف: ۱/۶



$$\begin{cases} f_{1k} = \mu_1 m_1 g = 0.2 \times 30 = 6\text{ N} \\ f_{2k} = \mu_2 m_2 g = 0.2 \times 20 = 4\text{ N} \end{cases}$$

اما این نیروی فلان به حرکت جسم 3kg هست و نخ کشیده شده می شود

ساکن مجموعه $8 < 10 \Rightarrow$

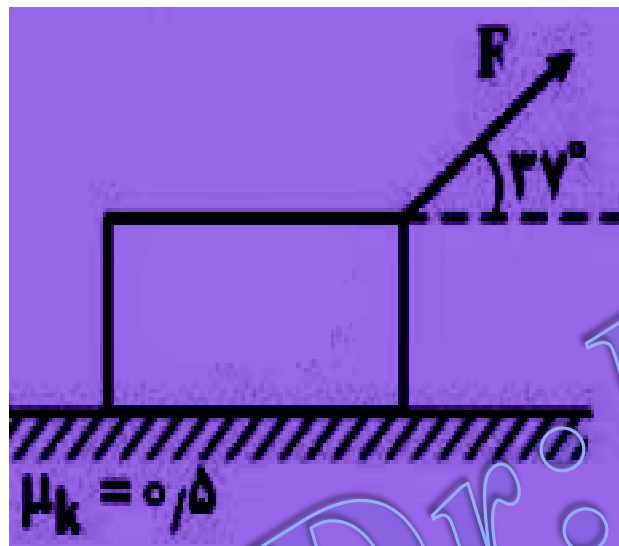


$$T_{min} \leq T \leq T_{max}, \quad T_{max} = f_2 = 4\text{ N}$$

$$T_{min} = F - f_1 = 8 - 6 = 2\text{ N} \quad \Rightarrow \quad 2 \leq T \leq 4$$

مثال: به جسم ساکنی به جرم 10 kg مطابق شکل نیروی $F=100\text{ N}$ اثر می کند. اگر ضریب اصطکاک با

سطح $0/5$ باشد سرعت جسم 3 ثانیه پس از شروع حرکت به چند m/s می رسد.

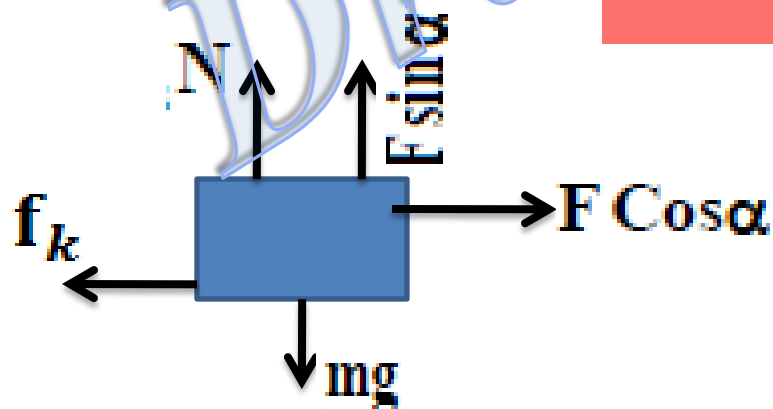


$$F \cos \alpha - f_k = Ma$$

$$F \cos \alpha - \mu_k (mg - F \sin \alpha) = Ma$$

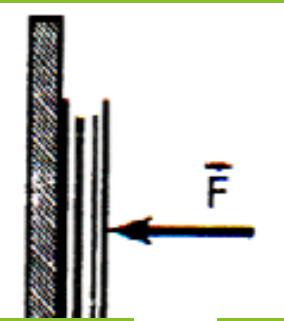
$$100 \times 4/5 - 0/5 (100 - 100 \times 3/5) = 10 a \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

$$V = at + V_0 \Rightarrow V = 6 \times 3 + 0 = 18 \text{ m/s}$$



مثال: مطابق شکل کتابی را توسط نیروی افقی F به دیوار قائمی می فشاریم تا حرکت نکند اگر

اندازه نیروی F را افزایش دهیم کدام کمیت افزایش نمی یابد؟

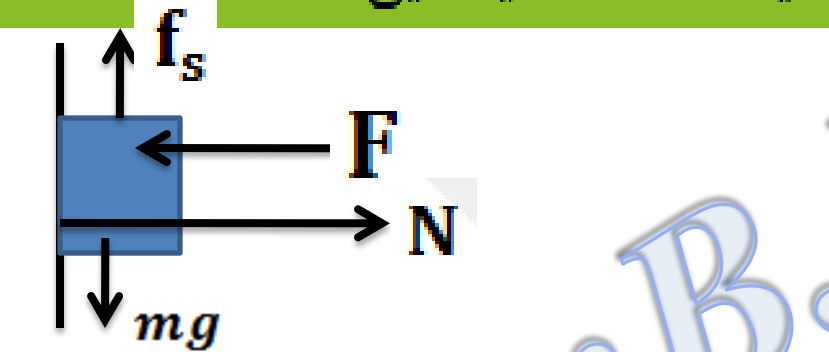


ب) نیروی اصطکاک وارد بر کتاب

الف) نیروی عمودی تکیه گاه

د) پیشینه اصطکاک ایستایی

ج) نیروی واکنش سطح



بررسی حل: $f_s = mg$ و $F = N \Rightarrow F \uparrow = N \uparrow$

افزایش F تأثیری در mg و f_s ندارد.

* نیرویی که سطح به کتاب وارد می کند از رابطه $R = \sqrt{f_s^2 + N^2}$ بدست می آید بنابراین با

افزایش N و ثابت بودن f_s ، نیروی سطح R هم زیاد می شود.

* پیشینه نیروی اصطکاک ایستایی از رابطه $f_{smax} = \mu_s N$ بدست می آید پس با افزایش F نیروی

N زیادی می شود و f_{smax} هم زیاد می شود.

test در شکل مقابل، اگر اندازه نیروی F را 50 نیوتن کم کنیم، اندازه اصطکاک وارد بر وزنه چند نیوتن تغییر

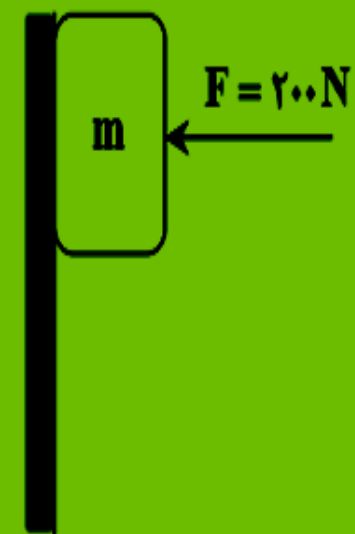
می‌کند؟ ($m = 5 \text{ kg}$ ، $\mu_s = 0.4$ و $\mu_k = 0.25$ و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۲۵ (۱)

۲۰ (۲)

۱۲/۵ (۳)

صفر (۴)

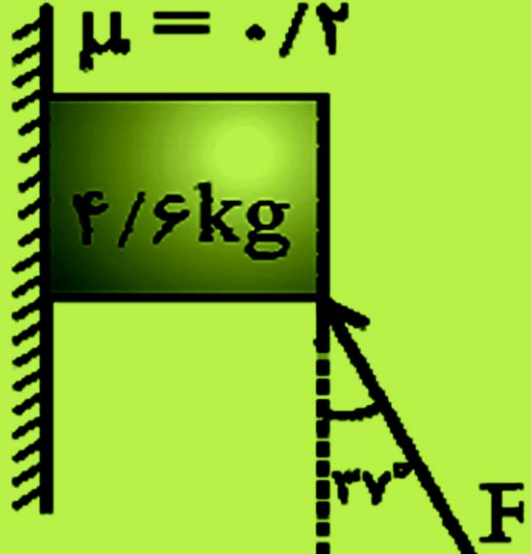


$f_{s1max} = \mu_s F_N = 0.4 \times 200 = 80 \text{ (N)}$
 \rightarrow
 $f_{s1max} > Mg \Rightarrow$ جسم ساکن
 \rightarrow
 $f_s = mg = 50 \text{ (N)}$

$f_{s2max} = \mu_s F_N = 0.4 \times 150 = 60 \text{ (N)}$
 \rightarrow
 $60 > mg$
 \rightarrow جسم ساکن
 \rightarrow
 $f_s = mg = 50 \text{ (N)}$

در اسلاید قبل این مطلب بررسی شد

در هر صورت f_s تغییر نمی‌کند



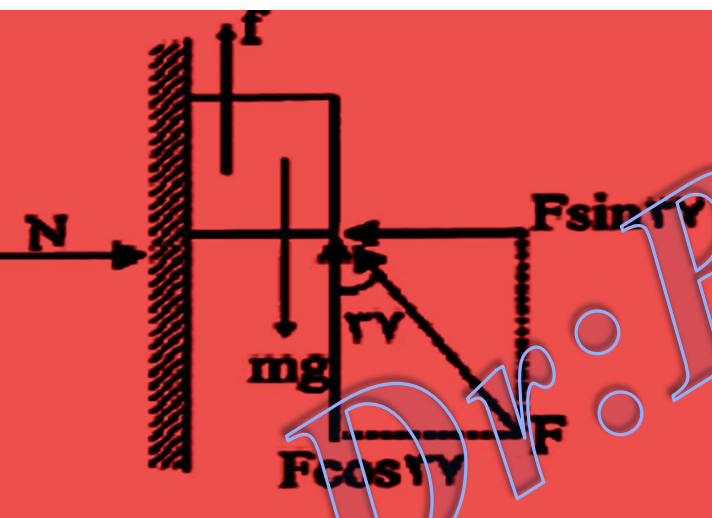
مثال: در شکل مقابل حداقل F چند نیوتن باشد تا جسم سر نخورد؟

۶۰ (د)

۵۰ (ج)

۴۶ (ب)

۴۰ (الف)



$$mg - F_{\min} \cos 37 - f = 0 \Rightarrow 46 - 0.8f_{\min} - \mu_s N = 0$$

$$N = F_{\min} \sin 37 \Rightarrow N = 0/6 F$$

$$46 - 0/8 F_{\min} - 0.2(0/6 F_{\min}) = 0 \Rightarrow F_{\min} = 50 \text{ N}$$

مثال : نیروی بین دو وزنه چند نیوتن است ضریب اصطکاک جنبشی $0/1$ است.

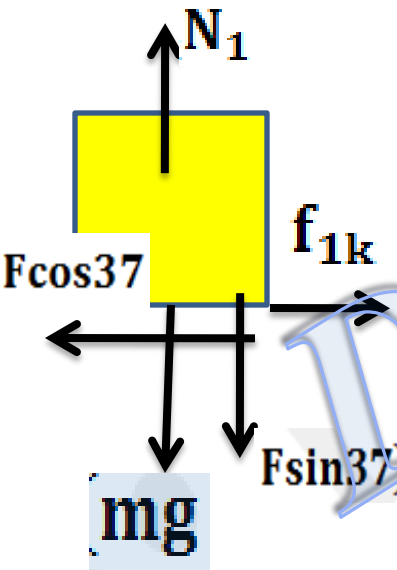


د) $6/66$

ج) $5/66$

ب) $6/55$

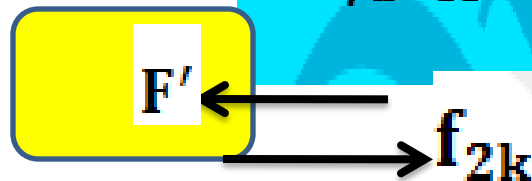
الف) $5/5$



$$F \cos 37 - f_{1k} - f_{2k} = (m_1 + m_2)a \Rightarrow 15 \times 0/8 - \mu_k N_1 - \mu_k N_2 = 10a$$

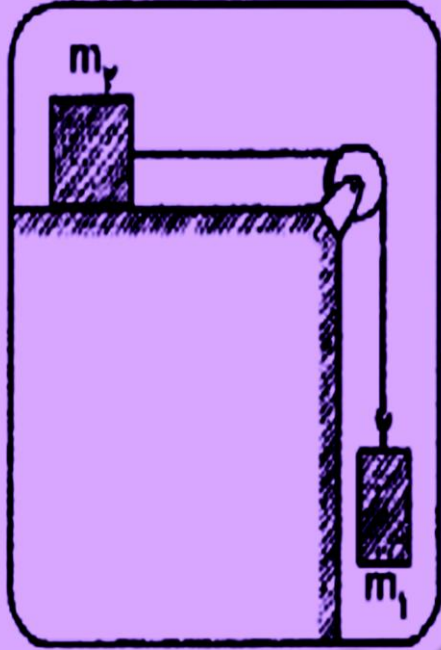
$$12 - \mu_k (mg + F \sin 37) - \mu_k m_2 g = 10a \Rightarrow a = 0.11 \text{ m/s}^2$$

$$F' - \mu_k m_2 g = m_2 a \Rightarrow F' - 0/1 \times 6 \times 10 = 6 \times 0/11 \Rightarrow F' = 6/66 \text{ (N)}$$



مثال : مطابق شکل روبرو آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 رو به پایین حرکت می کند و جرم هر

یک از وزنه ها 5 kg می باشد با صرف نظر از کلیه اصطکاک ها اندازه نیروی کشش نخ چند نیوتن است.



$$m_1 g' = (m_1 + m_2) a \Rightarrow m_1 (10 - 2) = 10a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$T = m_2 a \Rightarrow T = 5 \times 4 = 20 \text{ (N)}$$

الف) ۱۵ (ب) ۳۰ (ج) ۲۰ (د) ۲۵



مطابق شکل، یک زنجیر که از ۵ حلقه‌ی مشابه تشکیل شده و جرم هر حلقه ۲۰۰ گرم است، توسط نیروی F با شتاب $\frac{2m}{s}$ و حرکت تندشونده، رو به بالا کشیده می‌شود. اندازه‌ی نیروی F و اندازه‌ی نیرویی که دو حلقه‌ی ۴ و ۵ بر یکدیگر وارد می‌کنند، به ترتیب هر کدام چند نیوتون است؟

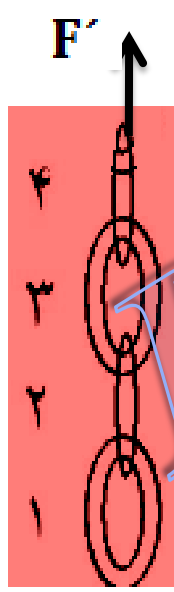
$$\left(g = 10 \frac{N}{kg}\right)$$

۹/۶ و ۱۲ (۴)

۸ و ۱۰ (۳)

۱۲ و ۱۲ (۲)

۲ و ۱۰ (۱)



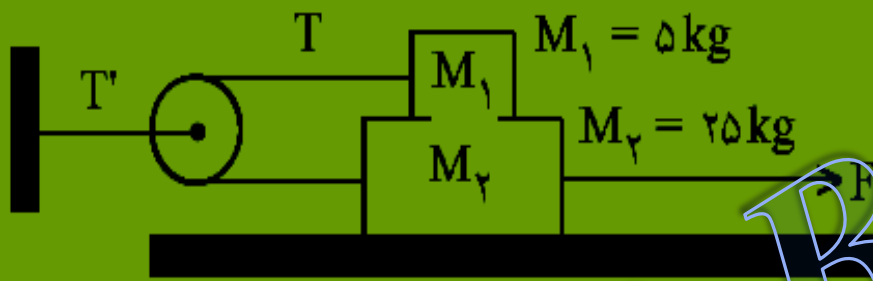
$$F - Mg = Ma \Rightarrow F - 5 \times 0.2 \times 10 = 5 \times 0.2 \times 2 \Rightarrow F = 12(N)$$

$$\frac{12}{F'} = \frac{1}{0.8} \Rightarrow F' = 9.6(N)$$

در شکل روبه‌رو، ضریب اصطکاک جنبشی بین هر یک از سطوح تماس $\mu_k = 0.2$ است. اگر شتاب حرکت وزنه

M_2 برابر $5 \frac{m}{s^2}$ باشد، نیروی کشش T' چند نیوتن است؟

($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و جرم و اصطکاک نخ و قرقره ناچیز است.)



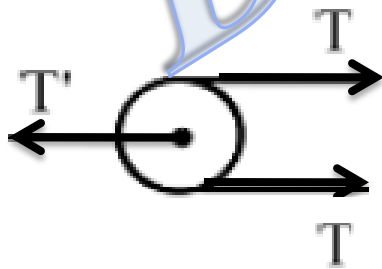
- ۵۰ (۱)
- ۴۰ (۲)
- ۶۰ (۳)
- ۷۰ (۴)

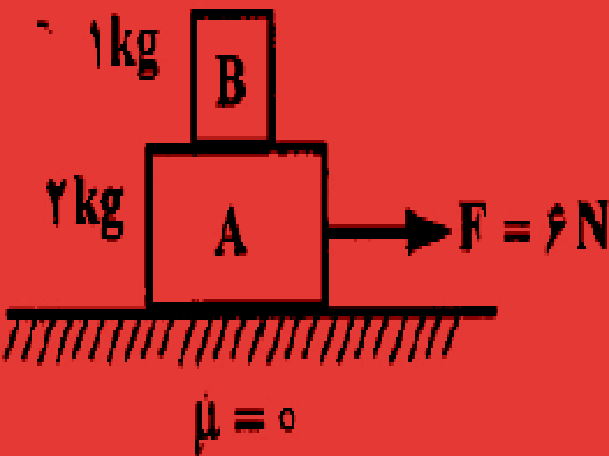


$$T - \mu_k M_1 g = M_1 a$$

$$T - 0.2 \times 5 \times 10 = 5 \times 5 \Rightarrow T = 35(N)$$

$$T' = 2T = 70(N)$$





در شکل روبه‌رو اگر در ضمن حرکت روی سطح افقی، وزنه‌ی B روی وزنه‌ی A نلغزد، نیروی اصطکاک بین دو وزنه چند نیوتون است؟

۲ (۲)

۱) صفر

۶ (۳)

۳ (۳)



$$F = (M_A + M_B)a$$

$$a = \frac{6}{3} = 2 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

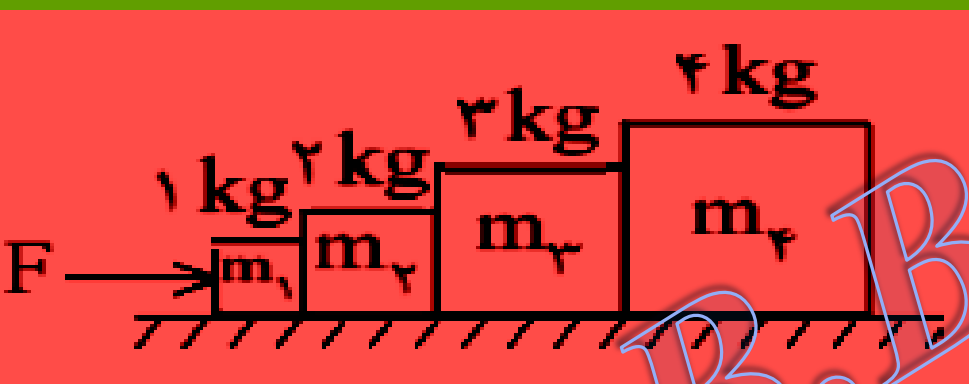
$$f_s = M_B a \Rightarrow f_s = 1 \times 2 = 2 \text{ (N)}$$

$$\frac{F}{m_A + m_B} = \frac{f_{s_{\max}}}{m_B} \Rightarrow \frac{6}{2 + 1} = \frac{f_{s_{\max}}}{1} \Rightarrow f_{s_{\max}} = 2 \text{ (N)}$$

روشن دوم

exam چهار وزنه ۱ و ۲ و ۳ و ۴ کیلوگرمی مطابق شکل مقابل روی یک سطح افقی صیقلی قرار دارند. نیروی افقی $F=20\text{N}$ بر m_1 اثر می کند، نیرویی که وزنه m_2 بر m_3 وارد می کند، چند نیوتن است؟

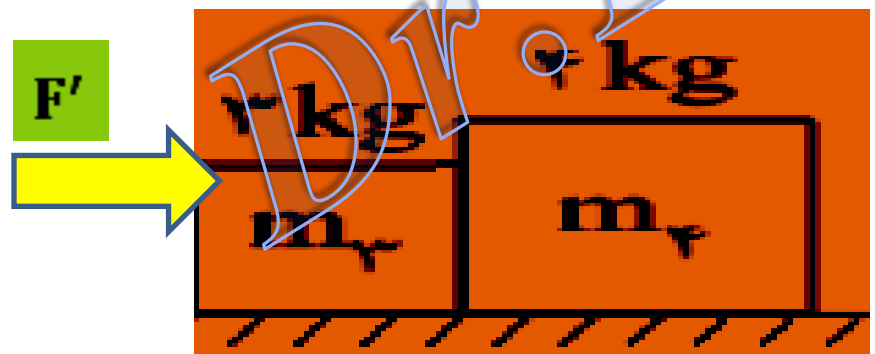
$$20 - (4 + 3 + 2 + 1)a = 0$$



20	10
F'	7



$$F' = 14\text{(N)}$$



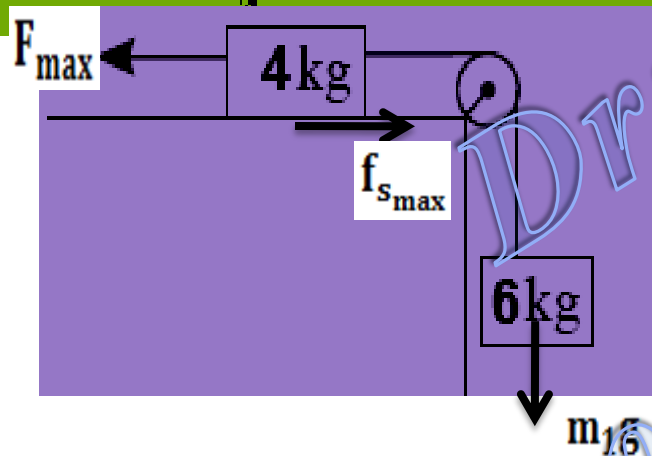
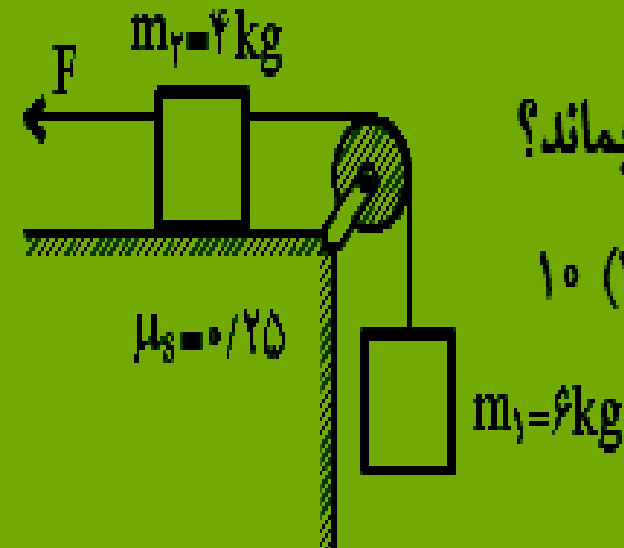
مثال: در شکل مقابل نیروی F چند نیوتن باشد تا دستگاه ساکن بماند؟

۱۰ (۴)

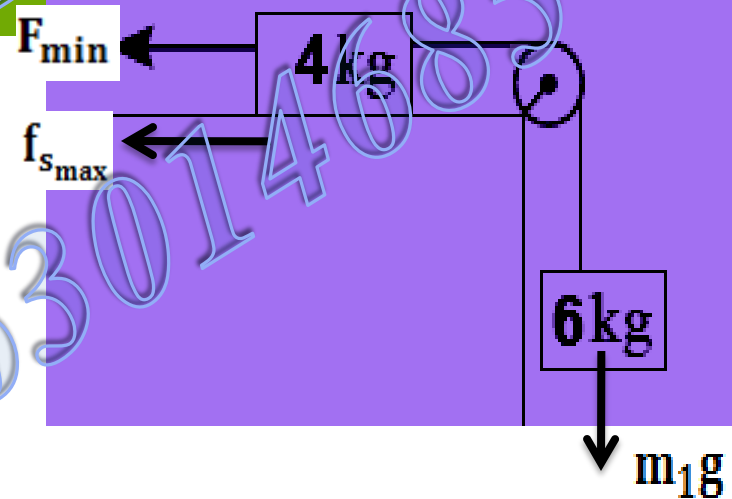
۷۰ یا ۵۰ (۳)

$50 \leq F \leq 70$ (۲)

$50 \leq F \leq 70$ (۱)



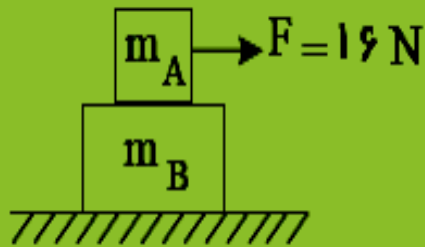
$$F_{\max} = f_{s_{\max}} + m_1g = 0.25 \times 40 + 60 = 70(N)$$



$$F_{\min} = m_1g - f_{s_{\max}} = 60 - 10 = 50(N)$$

$$50 \leq |F| \leq 70$$

در شکل زیر اگر دو جسم $m_A = 2\text{kg}$ و $m_B = 3\text{kg}$ با یک شتاب حرکت کنند، بزرگی نیروی اصطکاک بین دو جسم چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم m_B و سطح افقی برابر با $\mu_k = 0,12$ است).

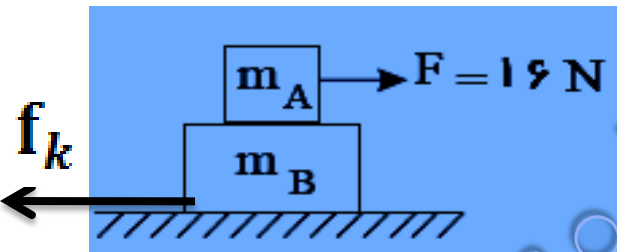


$$3,6 (2)$$

$$12 (4)$$

$$2,4 (1)$$

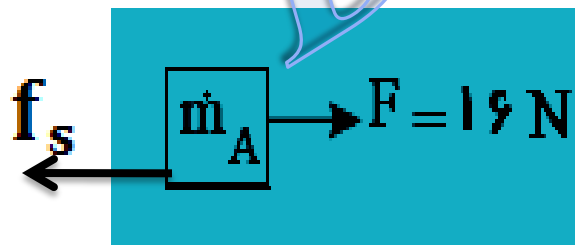
$$6 (3)$$



$$F - \mu_k (M_A + M_B) g = (M_A + M_B) a$$

$$16 - 0,12 \times (5) \times 10 = 5a$$

$$a = 2 (\text{m/s}^2)$$



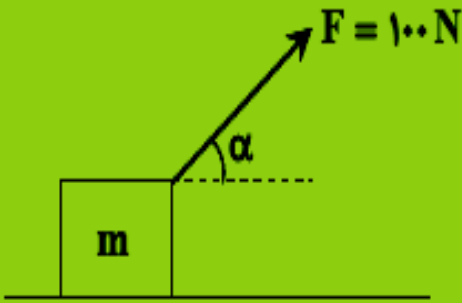
$$F - f_s = M_A a$$

$$16 - f_s = 2 \times 2$$

$$f_s = 12 (N)$$

exa در شکل مقابل، وزنه‌ی ۱۰ کیلوگرمی با شتاب $\frac{4m}{s^2}$ روی سطح افقی به طرف راست کشیده می‌شود. اندازه‌ی نیرویی که سطح تکیه‌گاه بر

وزنه وارد می‌کند، چند نیوتن است؟ ($m = 10\text{kg}$ و $\cos \alpha = 0.8$)



- ۳۰√۱۵ (۱)
- ۲۰√۲۹ (۲)
- ۳۰√۲ (۳)
- ۴۰√۲ (۴)

$$F \cos \alpha - f_k = Ma$$

$$100 \times 0.8 - f_k = 10 \times 4$$

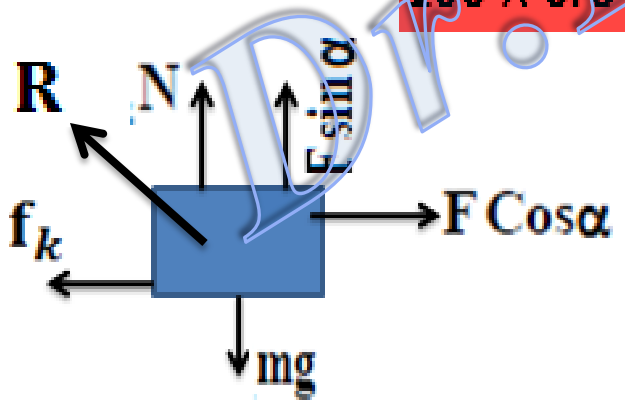
$$N = Mg - F \sin \alpha$$

$$N = 100 - 100 \times 0.6$$

$$f_k = 40(N)$$

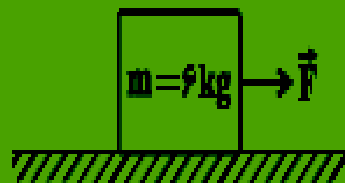
$$N = 40(N)$$

$$|R| = \sqrt{40^2 + (40)^2} = 40\sqrt{2}(N)$$



در شکل زیر، نیروی افقی $F = 90\text{N}$ به جسم m به جرم 6kg وارد می‌شود. اگر اندازه‌ی نیرویی که از طرف جسم به سطح افقی وارد

می‌شود برابر با 75N باشد، بزرگی شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

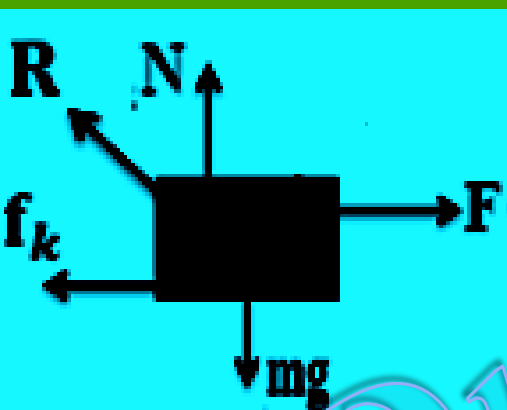


۷/۵ (۲)

صفر (۱)

۱۵ (۳)

۲/۵ (۳)



$$|R| = \sqrt{Mg^2 + f_k^2} \Rightarrow f_k^2 = 75^2 - 60^2 = 45(N)$$

$$F - f_k = Ma$$

$$90 - 75 = 6a \Rightarrow a = 7.5 \text{ m/s}^2$$

در شکل زیر، جسم با سرعت ثابت $1 \frac{m}{s}$ به صورت مستقیم و افقی در جهت نیروی افقی \vec{F} حرکت می کند. چند

نیوتون اندازه نیروی \vec{F} را کاهش دهیم تا پس از 5 ثانیه این جسم متوقف گردد؟

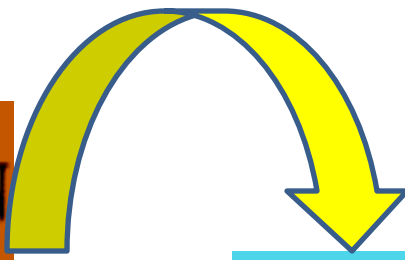


- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

$$F - f_k = 0 \Rightarrow \lambda - f_k = 0 \Rightarrow f_k = \lambda N$$

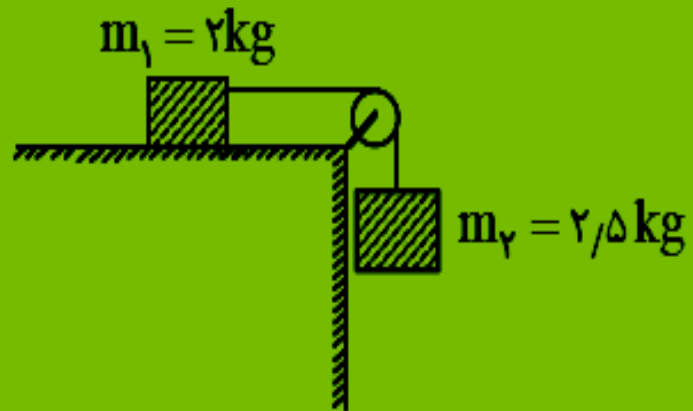
$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a(5) + 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$F_f - f_k = ma \Rightarrow F_f - \lambda = 5 \times \left(-\frac{1}{5}\right) \Rightarrow F_f = 7N$$



$$|\Delta F| = 1N$$

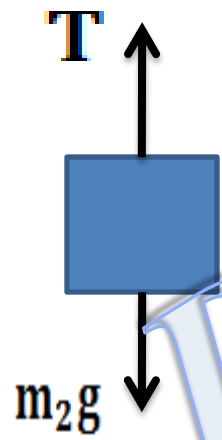
اگر در شکل روبه‌رو نیروی کشش نخ برابر ۱۵N باشد، ضریب اصطکاک جنبشی سطح افقی با وزنه m_1 چقدر است؟ از اصطکاک نخ و قرقره و جرم قرقره چشم‌پوشی کنید. ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



$$f_k = \mu_k m_1 g$$



- ۰/۲۵ (۱)
- ۰/۳۵ (۲)
- ۰/۴ (۳)
- ۰/۵ (۴)



$$m_2 g - T = (m_2) a$$

$$25 - 15 = 2.5 a$$

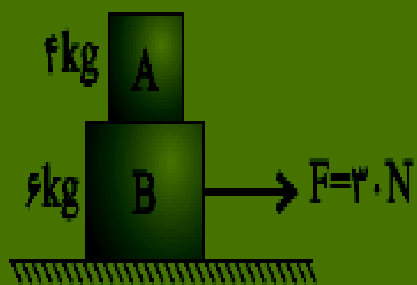
$$a = \frac{10}{2.5} = 4 \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

$$T - \mu_k (m_1) g = (m_1) a$$

$$15 - 2 \times 10 \times \mu_k = 2 \times 4$$

$$\mu_k = 0.35$$

در شکل روبه رو دو جسم با شتاب یکسان بر روی سطح افقی که ضریب اصطکاکش با $\mu = 0.2$ می باشد در حرکت هستند. برآیند نیروهای



وارد از طرف جسم B به A چند نیوتن است؟

۲ (۱)

۴ (۳)

$$F - f_k = (M_A + M_B)a$$

$$F - \mu(M_A + M_B)g = (M_A + M_B)a$$

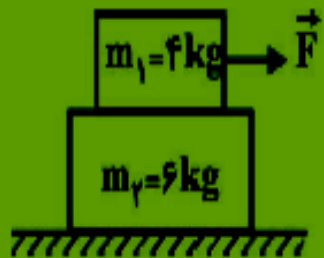
$$30 - 0.2(4 + 6) \times 10 = (4 + 6)a$$

$$a = 1 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$F = M_A a = 4 \times 1 = 4 \text{ (N)}$$

test در شکل زیر، وزنه m_1 بر سطح وزنه m_2 با سرعت ثابت کشیده می‌شود. اگر وزنه m_2 در آستانه لغزش روی سطح افقی باشد،

ضریب اصطکاک ایستایی بین وزنه m_2 و سطح افقی کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و ضریب اصطکاک جنبشی بین m_1 و m_2 برابر



با 0.6 است.)

0.15 (۲)

0.4 (۱)

0.16 (۴)

0.24 (۳)



$$F = f_k = \mu_k M_1 g$$

$$f_k = f_{smax} = \mu_s (M_1 + M_2) g$$

$$\mu_k M_1 g = \mu_s (M_1 + M_2) g$$

$$\mu_s = \frac{\mu_k M_1}{M_1 + M_2} \Rightarrow \mu_s = \frac{0.6 \times 4}{4 + 6} = 0.24$$

مقدمه ای بر تگانه

این قبیل سوالات در زندگی روزمره وجود دارد

هنگام برخورد دو خودرو چه اتفاقی می افتد؟

تصادف چه اثری بر حرکت هر وسیله نقلیه دارد؟

کدام اصل فیزیکی آسیب جدی به خودروها را تعیین می کند؟

چرا یک تیرانداز هنگام شلیک گلوله باید خود را مهار کند؟

برای پاسخ دادن به پرسشهای بالا کمیته به نام تگانه معرفی می شود

که تابع جرم و سرعت جسم می باشد

تکانه (اندازه حرکت خطی) (p) : حاصلضرب جرم جسم در سرعت جسم را تکانه گویند. کمیته برداری

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

است و یکای آن kg m/s می باشد

$$\begin{cases} P = mV \\ K = \frac{V^2}{2m} \end{cases}$$

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی جسم

فرض کنید گلوله‌ای به جرم $10\%g$ با سرعت ثابت $\vec{v} = (3\text{ m/s})\hat{i} + (4\text{ m/s})\hat{j}$ در حال حرکت است. الف) تکانه گلوله چقدر است؟ ب) انرژی جنبشی گلوله را به دست آورید.

$$\vec{P} = m\vec{V} = (0.03\hat{i} + 0.04\hat{j}) \text{ kg m/s}$$

$$P = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$$

$$P = \sqrt{0.03^2 + 0.04^2} = 0.05 \text{ kg m/s}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K = \frac{(0.05)^2}{2 \times 0.01} = 0.25 \text{ J}$$

$$\vec{F} = m \vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} \rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

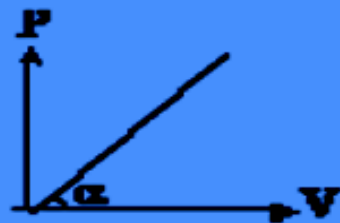
رابطه بین نیرو با تغییرات تکانه:

بیان تکانه بر اساس قانون دوم نیوتن: تغییرات تکانه یک جسم بر تغییرات زمان برابر و هم جهت است با نیروی خالص وارد بر جسم

نکته مهم هرگاه نیروی خالص وارد بر جسم صفر باشد تکانه مقداری ثابت است. (بیان قانون اول نیوتن)

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow P = \text{ثابت} \Rightarrow p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2$$

نکته: رسم نمودار تکانه بر حسب سرعت جسم



$$\tan \alpha = \frac{P}{V} = \frac{mV}{V} \Rightarrow \tan \alpha = m$$

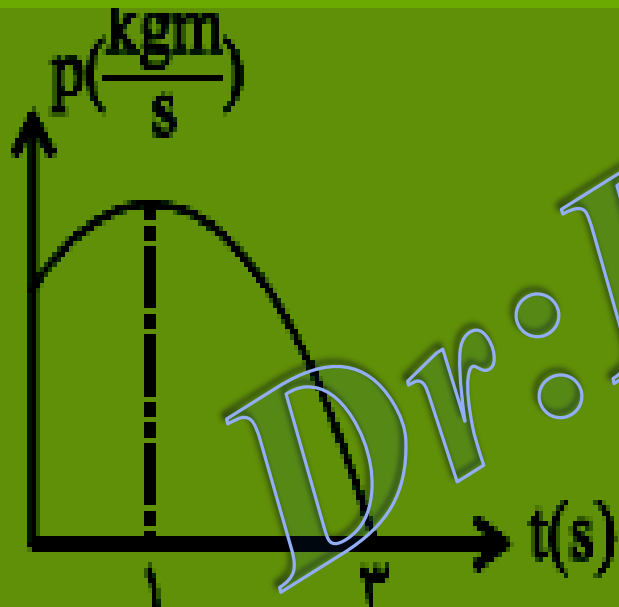
نمودار تکانه - زمان یک متحرک به شکل مقابل است. نوع حرکت متحرک در سه ثانیه اول حرکت چیست؟

(۱) همواره تندشونده

(۲) همواره کندشونده

(۳) ابتدا تند شونده و سپس کندشونده

(۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده



$$Pot^2 \Rightarrow V \alpha t^2$$

(0 → 1)



تند شونده

(1 → 3)



کند شونده

۱/۰ تا به جرم ۲ kg /۰ تحت اثر نیروی ثابتی از $\vec{V}_1 = 10\hat{i} - 8\hat{j}$ به $\vec{V}_2 = 6\hat{i} - 5\hat{j}$ می‌رسد (در SI). اگر زمان تأثیر نیرو برابر با

۰/۱ ثانیه باشد، بزرگی نیرو چند نیوتن است؟

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = m \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = 0.2 \frac{6\hat{i} - 5\hat{j} - 10\hat{i} + 8\hat{j}}{0.1}$$

جسمی به جرم ۵۰ گرم از ارتفاع ۶۰ سانتی‌متر می‌افتد و در لحظه برخورد، سرعت آن به $14 \frac{m}{s}$ می‌رسد و یک ثانیه پس از آن،

سرعت جسم به $23 \frac{m}{s}$ می‌رسد. تغییر تکانه جسم در این یک ثانیه، چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

$$\Delta P = m \Delta V = 0.05(23 - 14) = 0.45 \text{ kg m/s}$$

$$\vec{F} = -8\hat{i} + 6\hat{j}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(-8)^2 + (6)^2} = 10 \text{ (N)}$$

مثال: توپی به جرم 5kg با سرعت 10m/s به دیوار قائمی برخورددار و با همان سرعت در خلاف جهت اولیه برمیگردد اگر زمان تماس توپ با دیوار 0.001s ثانیه باشد تغییرات اندازه حرکت و نیروی متوسطی که توپ بر دیوار و دیوار بر توپ وارد می سازد را حساب کنید؟

$$\Delta P = m\Delta V = 0.5(-10 - 10) = -10\text{kgm/s}$$

$$\bar{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-10}{0.001} = -10000\text{(N)}$$

معادله بردار تکانه یک جسم 400 گرمی به صورت $\vec{P} = 6t\hat{i} + 4t^2\hat{j}$ (در SI) است. در لحظه $t = 2\text{s}$ اندازهی سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟

۷۰ (۴)

۶۰ (۱)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

$$\vec{V} = \frac{\vec{p}}{m} \Rightarrow \vec{V} = \frac{6t\hat{i} + 4t^2\hat{j}}{0.4} \Rightarrow \vec{V} = 15t\hat{i} + 10t^2\hat{j}$$

$$\vec{V} = 30\hat{i} + 40\hat{j}$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{30^2 + (40)^2} = 50\text{ m/s}$$

نیروهای $\vec{F}_1 = 6\hat{i} + 14\hat{j}$ و $\vec{F}_2 = -2\hat{i} - 10\hat{j}$ به جسمی که جرم

2kg و سرعت اولیه $\vec{V}_0 = 8\hat{i} - 9\hat{j}$ دارد اثر می کند پس از گذشت 2s اندازه تکانه جسم چند واحد SI می شود؟

الف) ۳۴

ب) ۲۶

ج) $8\sqrt{2}$

د) $16\sqrt{2}$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$$

$$4\hat{i} + 4\hat{j} = 2\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{V} = \vec{a}t + \vec{V}_0 \Rightarrow \vec{V} = (2\hat{i} + 2\hat{j}) \times 2 + (8\hat{i} - 9\hat{j})$$

$$\vec{V} = 12\hat{i} - 5\hat{j}$$

$$|V| = \sqrt{(12)^2 + (-5)^2} = 13 \text{ (m/s)}$$

$$P = mV \Rightarrow P = 2 \times 13 = 26 \text{ kgm/s}$$

example مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم ۲۰۰ گرم با سرعتی به بزرگی $5 \frac{m}{s}$ به سطح افقی (کف اتاقی)

برخورد می‌کند و با همان سرعت از سطح جدا می‌شود، اگر زمان برخورد $0.2s$ باشد، نیروی

متوسطی که هنگام برخورد به گلوله وارد می‌شود چند نیوتن است؟

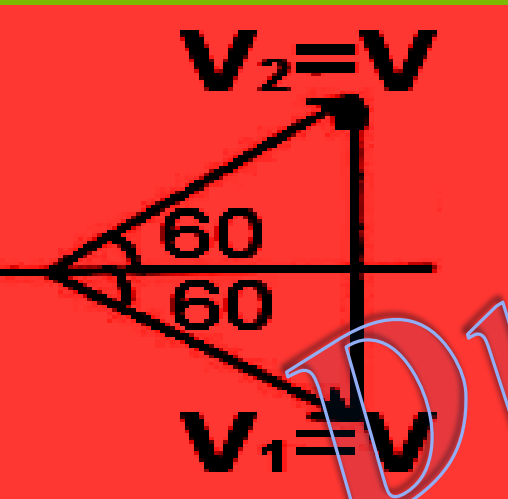


$$1/2$$

$$5/1$$

$$1 \cdot \sqrt{3} \quad (2)$$

$$5\sqrt{3} \quad (2)$$



$$\Delta v = 2v \sin \frac{\Delta \theta}{2}$$



$$\Delta v = 2 \times 5 \sin \frac{120}{2} = 5\sqrt{3} \text{ (m/s)}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = \frac{0.2 \times 5\sqrt{3}}{0.2} = 5\sqrt{3} \text{ (N)}$$

test جسمی به جرم 2 kg بر روی محور x حرکت می‌کند و معادلهٔ مکان آن در SI به صورت $P = -2t^2 + 8t - 10$ است. در

لحظه‌ای که سرعت جسم $v = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، بزرگی برابند نیروهای وارد بر آن چند نیوتون است؟

۴ (۲)

۱۶ (۱)

صفر (۴)

۱۲ (۳)

$$P = mV \Rightarrow -2t^2 + 8t - 10 = 2(-1) \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$F = \frac{dp}{dt} = -4t + 8$$

$$t=2 \Rightarrow F = -4 \times 2 + 8 = 0$$

مثال: معادله تکانه - زمان متحرکی که در صفحه xOy حرکت می کند در SI بصورت

$\vec{P} = (2t^3 + 2)\hat{i} + t^2\hat{j}$ است. بزرگی برآیند نیروهای وارد بر جسم در لحظه $t=1s$ چند نیوتن

است.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = 6t\hat{i} + 2t\hat{j} \Rightarrow \vec{F} = 6\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} \text{ (N)}$$

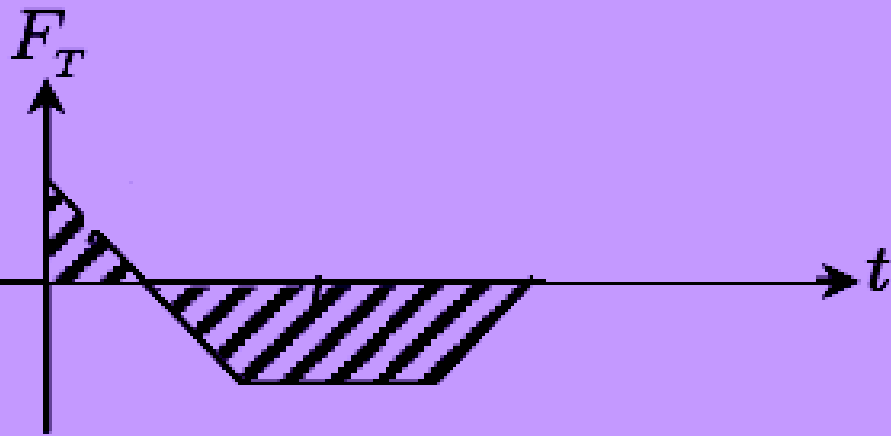
مثال: تابع مکان - زمان متحرکی به جرم 2kg در SI بصورت $x = t^3 + 2t^2 - 5t$ می باشد

تکانه ای این متحرک در لحظه $t=2s$ چند واحد SI است.

$$P = m \frac{dx}{dt} = 2(3t^2 + 4t - 5) \Rightarrow P = 6t^2 + 8t - 10$$

$$t = 2(s) \Rightarrow P = 6(2)^2 + 8(2) - 10 \Rightarrow P = 30\text{kg m/s}$$

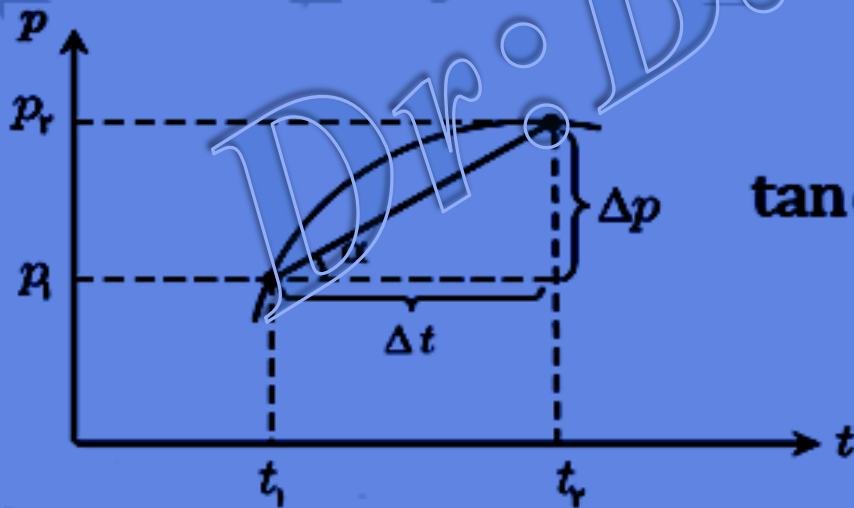
نکته: رسم نمودار نیرو - زمان و محاسبه سطح زیر نمودار



$$\text{سطح زیر نمودار} = F\Delta t = S_1 - S_2 = \Delta P = m\Delta V$$

نکته: نیروی متوسط برابر شیب خطی است که دو نقطه از نمودار P-t مربوط به لحظه های داده

شده را به هم وصل می کند.



$$\tan \alpha = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \overline{F_T}$$



در یک آزمون تصادف، خودرویی به جرم 1200 kg به دیواری برخورد کرده و مطابق شکل برمی گردد (کمانه می کند). اگر سرعت اولیه و نهایی خودرو به ترتیب -54 km/h و 9 km/h باشد و تصادف 0.15 s طول بکشد،

(الف) ضربه ای که در اثر تصادف به اتومبیل وارد می شود را پیدا کنید.
(ب) اندازه و جهت نیروی متوسط وارد بر خودرو را تعیین کنید.

$$V_1 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s} \Rightarrow p_1 = mV_1 = 1200 \times (-15) = -18 \times 10^3 \text{ kg m/s}$$

$$V_2 = 9 \text{ km/h} = 2.5 \text{ m/s} \Rightarrow p_2 = mV_2 = 1200 \times (2.5) = 3 \times 10^3 \text{ kg m/s}$$

$$I = \Delta P = 3 \times 10^3 - (-18 \times 10^3) = 2.1 \times 10^4 \text{ (N.S)}$$

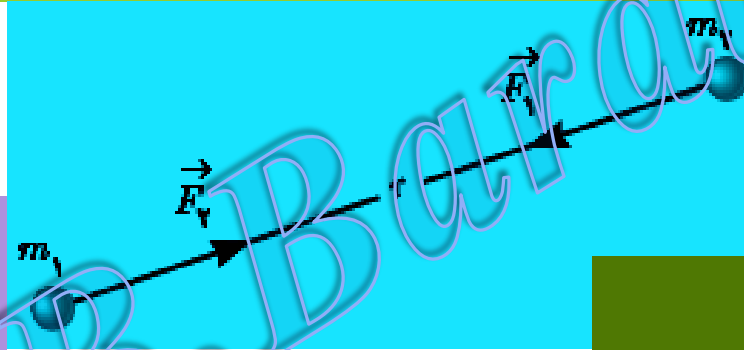
$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{2.1 \times 10^4}{0.15} \Rightarrow F_{av} = 1.4 \times 10^5 \text{ (N)}$$

نیروی گرانشی

نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصله آنها از

یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \Rightarrow F_1 = F_2 = F$$

رابطه بین شتاب جاذبه با شعاع و جرم زمین:

$$F_G = \frac{GmM_e}{R_e^2}$$

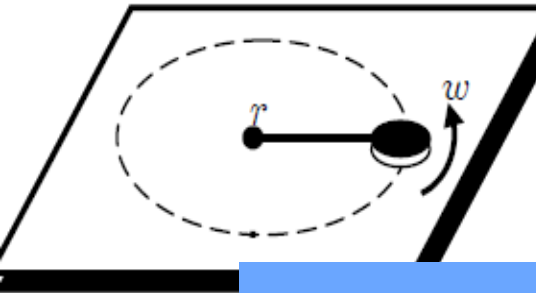


$$g = G \frac{M_e}{R_e^2}$$

$$F = mg$$



کاربرد نیروی جانب مرکز:



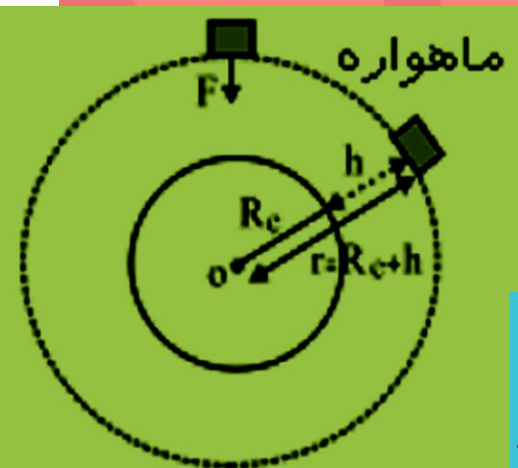
الف) پیچ افقی: بیشترین سرعتی که اتومبیل می تواند داشته باشد تا از پیچی خارج نشود هنگامی

است که نیروی اصطکاک بیشترین مقدار را داشته باشد.

$$f_{s_{\max}} = F_r \Rightarrow \mu_s mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s rg}$$

ب) حرکت ماهواره: برای آنکه ماهواره بتواند حرکت دایره ای انجام دهد یک نیروی جانب مرکزی

را لازم دارد که از طریق گرانش زمین روی ماهواره فراهم می شود.



$$r = R_e + h$$

$$F_G = F_R \Rightarrow \frac{GM_e m}{r^2} = \frac{mV^2}{r}$$



$$V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

نشان دهید مربع دوره گردش ماهواره‌ها به دور زمین متناسب با مکعب فاصله ماهواره از مرکز زمین است.

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$
$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$v^2 = \frac{GM_e}{r}$$
$$v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$\frac{GM_e}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$T^2 GM_e = 4\pi^2 r^3$$

$$T^2 \propto r^3$$

Dr: B. B. Boroujeni

example زنهای به جرم $2/5 \text{ kg}$ به انتهای فنری به ثابت 50 N/m بسته شده است و روی سطح افقی بدون اصطکاکی به دور

سر دیگر فنر در هر دقیقه ۱۰ دور می‌زند. اگر در حین گردش وزنه، طول فنر، 80 cm باشد، طول عادی فنر چند سانتی متر است؟

$$(\pi = 3)$$

ثانیه	دور
60	10
T	1

$$T = 6(s)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3}{6} = 1 \text{ rad/s}$$

$$F_T = m r \omega^2$$

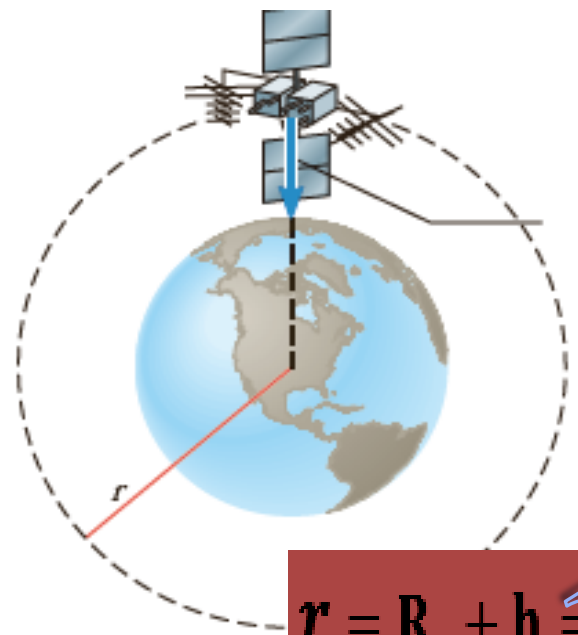
$$F_T = k \Delta l$$

$$m r \omega^2 = k \Delta l \Rightarrow 2.5 \times 0.8 \times 1 = 50(0.8 - l_0)$$

$$l_0 = 76(cm)$$

ماهواره‌ای در اثر نیروی گرانشی بین زمین و ماهواره، روی مدار تقریباً دایره‌ای به دور زمین می‌چرخد. اگر جرم ماهواره 200 kg و فاصله ماهواره از سطح زمین 2600 km باشد، کمیت‌های زیر را محاسبه کنید:

(الف) نیروی گرانشی بین ماهواره و زمین
 (ب) اندازه سرعت مداری ماهواره (تندی ماهواره)
 (پ) دوره گردش ماهواره ($G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$, $M_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$)



$$r = R_e + h = 6400 \text{ km} + 2600 \text{ km} = 9 \times 10^6 \text{ (m)}$$

$$(R_e = 6400 \text{ km} = \text{شعاع زمین})$$

$$F_G = \frac{GmM_e}{r^2} = \frac{6.7 \times 10^{-11} \times 200 \times 5.98 \times 10^{24}}{(9 \times 10^6)^2} = 989 \text{ (N)}$$

$$F_r = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow 989 = \frac{200 \times v^2}{9 \times 10^6} \Rightarrow v \cong 6.7 \times 10^3 \text{ (m/s)}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3.14 \times 9 \times 10^6}{6.7 \times 10^3} \cong 8.43 \times 10^3 \text{ s} = 2.34 \text{ h}$$

مثال: دو ماهواره به جرم های m و $3m$ و در مدارهای دایره ای به شعاع r و $\frac{r}{9}$ ، اول به دور کره ی زمین و دومی دور کره ماه می چرخند. در صورتی که جرم کره ی زمین تقریباً ۸۱ برابر جرم ماه باشد سرعت حرکت ماهواره ای اول چند برابر سرعت حرکت ماهواره دوم است؟

(د) $\frac{1}{3}$

(ج) ۳

(ب) $\frac{1}{9}$

(الف) ۹

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\left(\frac{M_1}{M_2}\right) \left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \xrightarrow{M_1=81M_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{(81) \left(\frac{1}{9}\right)} = 3$$

ماهواره‌های A و B به دور زمین می‌چرخند. جرم ماهواره‌ی A، $\frac{5}{4}$ جرم ماهواره‌ی B است. اگر بزرگی تکانه‌ی دو ماهواره با هم

برابر باشد، شعاع مدار ماهواره‌ی B چند برابر شعاع مدار ماهواره‌ی A است؟

$$\frac{16}{25} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{10}{13} \quad (۲)$$

$$20 \quad (۱)$$

$$P = m \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$$

تکانه ماهواره

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{m_A}{m_B} \sqrt{\frac{r_B}{r_A}}$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{5}{4} \frac{m_B}{m_B} \sqrt{\frac{r_B}{r_A}}$$

$$\Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{16}{25}$$