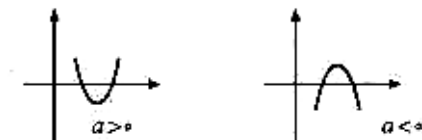


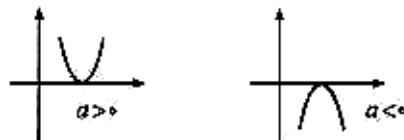
## تابع درجه دوم

منظور از صفرهای تابع  $f(x)$  همان ریشه‌های معادله  $f(x) = 0$  می‌باشد.

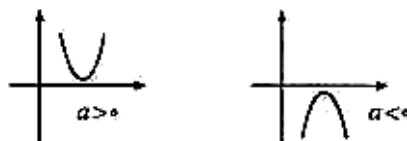
در تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  عبارت  $\Delta$  به صورت  $\Delta = b^2 - 4ac$  تعریف می‌شود.  
الف- اگر  $\Delta > 0$  باشد تابع محور  $x$ ها را در ۲ نقطه قطع می‌کند. (اتحاد جمله مشترک)



ب- اگر  $\Delta = 0$  باشد تابع بر محور  $x$ ها یک نقطه مماس است یعنی معادله‌ی سهمی اتحاد مربع کامل می‌شود:



ج- اگر  $\Delta < 0$  تابع صفر ندارد یعنی محور  $x$ ها را قطع نمی‌کند و نمودار آن یکی از دو حالت زیر است:



## معادله درجه دوم

معادله درجه دوم به صورت  $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$  بیان می‌شود. در این معادله مبین یا دلتا به صورت

$$\Delta = b^2 - 4ac \text{ تعریف می‌شود.}$$

۱- اگر  $\Delta > 0$  باشد معادله دو ریشه متمایز حقیقی دارد:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

۲- اگر  $\Delta = 0$  باشد معادله ریشه مضاعف دارد:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} \text{ (۲ ریشه مساوی)}$$

۳- اگر  $\Delta < 0$  باشد معادله ریشه حقیقی ندارد. (زیر رادیکال با فرجه زوج عدد منفی قرار نمی‌گیرد)

نکته ۱) اگر در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  مجموع  $a$  و  $c$  برابر  $b$  شود یعنی  $a + c = b$  آن گاه دو ریشه معادله

$$x_1 = -1 \text{ و } x_2 = \frac{-c}{a} \text{ خواهند بود.}$$

نکته ۲) اگر در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  مجموع ضرایب صفر باشد یعنی  $a + b + c = 0$  آن گاه دو ریشه معادله

$$x_1 = 1 \text{ و } x_2 = \frac{c}{a} \text{ می‌باشند.}$$

نکته ۱) اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند، آن گاه داریم

$$۱) \text{ مجموع دو ریشه } = S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad ۶) \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P}$$

$$۲) \text{ حاصل ضرب دو ریشه } = P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \quad ۷) \alpha^r \beta + \alpha \beta^r = SP$$

$$۳) \text{ تفاضل دو ریشه } = d = |\alpha - \beta| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right| \quad ۸) \alpha^r - \beta^r = Sd$$

$$۴) \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3SP \quad ۹) \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$$

$$۵) \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P \quad ۱۰) \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \sqrt{S - 2\sqrt{P}}$$

نکته ۱۴) معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌هایش عکس ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  باشد به صورت  $cx^2 + bx + a = 0$  است.

نکته ۱۵) معادله درجه دومی که ریشه‌هایش قرینه‌ی ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  باشد به صورت  $ax^2 - bx + c = 0$  است.

نکته ۱۶) معادله درجه دومی که ریشه‌هایش عکس و قرینه ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  باشد، به صورت  $cx^2 - bx + a = 0$  است.

نکته ۱۷) معادله درجه دومی که ریشه‌هایش  $k$  برابر ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  باشد، به صورت  $ax^2 + b k x + c k^2 = 0$  است.

تست آموزشی (۱۱۹) به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$  و معادله‌ی درجه دوم  $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

فاقد ریشه حقیقی است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۹)

- (۱)  $-3 < m < 5$  (۲)  $-3 < m < 4$  (۳)  $-2 < m < 4$  (۴)  $-1 < m < 5$

جواب:

تست آموزشی (۱۲۰) اگر  $a$  و  $b$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 10x + 1 = 0$  باشند، حاصل

$\log_{10}^a + \log_{10}^b - \log_{10}^{(a+b)}$  کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۸)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

جواب:

تست آموزشی (۱۲۱) به ازای کدام مقدار  $m$ ، معادله‌ی درجه دوم  $mx^2 + 5x + m^2 - 6 = 0$  دو ریشه حقیقی و

معکوس هم دارد؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

جواب:

📖 تست آموزشی (۱۲۲) به ازای کدام مقدار  $m$ ، عدد  $\frac{1}{2}$  واسطه عددی بین دو ریشه‌ی حقیقی معادله‌ی

$$m^2 x^2 - (m+2)x + 1 = 0 \text{ است؟}$$

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

جواب:

📖 تست آموزشی (۱۲۳) به ازای کدام مقدار  $k$  در معادله‌ی درجه دوم  $2x^2 - x + k = 0$ ، بین ریشه‌ها رابطه‌ی

$$3 = 2x_1 + x_2 \text{ برقرار است؟ (سراسری تجربی - ۷۹)}$$

- (۱) -۱۲ (۲) -۱۰ (۳) ۸ (۴) ۶

جواب:

<https://telegram.me/Engineerfazaeli>

📖 تست آموزشی (۱۲۴) اگر نمودار  $f(x) = 2x^2 - 5x + m$  محور  $x$  ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند،

طول‌های دو نقطه تلاقی دیگر آن با محور  $x$  ها کدام اند؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۹)

- (۱)  $\frac{1}{2}$  و -۱ (۲) ۱ و  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  و -۱ (۴) ۳ و  $-\frac{1}{2}$

جواب:

📖 نکته (۱۵) اگر حاصل جمع دو عدد  $(S = \alpha + \beta)$  و حاصل ضرب آنها  $(P = \alpha \cdot \beta)$  معلوم باشد برای به دست آوردن آن دو عدد از معادله درجه دوم روبرو استفاده می‌کنیم:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

📖 تست آموزشی (۱۲۵) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش ۳ برابر ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم

$$5 - 3x - x^2 \text{ باشد، کدام است؟}$$

- (۱)  $x^2 - 9x - 5 = 0$  (۲)  $x^2 - 9x - 45 = 0$  (۳)  $9x^2 - 3x - 5 = 0$  (۴)  $x^2 - 9x + 45 = 0$

جواب:

📖 تست آموزشی (۱۲۶) اگر  $x^2 - 6x + 1 = 0$  باشد و  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله باشند حاصل  $\alpha^2 - 7\alpha - \beta$

کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) ۷

جواب:

نکته کلاس:

