



«فصل اول»

درست‌ها:

مجموعه دست‌های از اعضا است که به خوبی مشخص شده باشند.

در سال‌های گذشته با مجموعه‌های زیر آشنا شدیم و می‌دانیم مجموعه اعداد حقیقی (IR) شامل

زیر مجموعه‌های نامتناهی زیر است:

- ① مجموعه اعداد طبیعی: $N = \{1, 2, 3, \dots\}$
- ② مجموعه اعداد حسابی: مجموعه‌ای از اجتماع اعداد طبیعی و عدد صفر $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- ③ مجموعه اعداد صحیح: مجموعه‌ای است از اجتماع اعداد حسابی و قرینه اعداد حسابی

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

④ مجموعه اعداد گویا: $Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$ مانند $\left\{ \dots, -\frac{3}{2}, -\frac{4}{3}, 0, \frac{1}{5}, \dots \right\}$

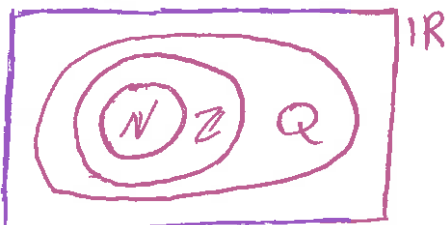
⑤ مجموعه اعداد گنگ: مجموعه‌ای که نتوان آن را به صورت نسبت دو عدد صحیح

نمایش داد. $Q' = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \notin Q\}$ مانند $\{ \dots, -\sqrt{2}, -\sqrt{3}, \dots, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots \}$

$Q \cup Q' = \mathbb{R}$ $N \subseteq \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq Q \subseteq \mathbb{R}$

بنا بر این می‌توان گفت:

کار در کلاس: با توجه به شکل به سوالات پاسخ دهید.





(الف) مجموعه $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ چه تناه دارد؟ آن را روی شکل هاسو ریز کنید و دو عضو دلخواه آن را بنویسید.

(ب) دو عدد گویا مثال بزنید که عدد صحیح نباشند و آنها را روی شکل در محل مناسب بنویسید.

(ج) اعداد زیر را روی شکل در محل مناسب بنویسید.

$$-9, \frac{25}{3}, 2\sqrt{5}, 2, 6, \frac{1}{3}, 200, 0, \sqrt{17}$$

(د) مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی را با نمایش بنویسید.

$$\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{ \}$$

(ه) مجموعه $\mathbb{N} - \mathbb{Z}$ چند عضو دارد؟

درسنامه ۲:

بازه ها: زیر مجموعه ای از \mathbb{R} است که شامل تمام اعداد حقیقی بین دو عدد "مشخص"

و یا شامل تمام اعداد حقیقی بزرگتر (کوچکتر، بزرگتر مساوی، کوچکتر مساوی) یک عدد مشخص می باشد.

| نمایش هندسی روی بردار | نمایش مجموعه ای | بازه | نوع بازه |
|-----------------------|---|----------------|-----------------|
| | $\{n \in \mathbb{R} \mid a < n < b\}$ | (a, b) | بازه ی باز |
| | $\{n \in \mathbb{R} \mid a \leq n \leq b\}$ | $[a, b]$ | بازه ی بسته |
| | $\{n \in \mathbb{R} \mid a \leq n < b\}$ | $[a, b)$ | بازه ی نیم باز |
| | $\{n \in \mathbb{R} \mid a < n \leq b\}$ | $(a, b]$ | |
| | $\{n \in \mathbb{R} \mid n \leq a\}$ | $(-\infty, a]$ | بازه ی نامتناهی |
| | $\{n \in \mathbb{R} \mid n < a\}$ | $(-\infty, a)$ | |
| | $\{n \in \mathbb{R} \mid n \geq b\}$ | $[b, +\infty)$ | |
| | $\{n \in \mathbb{R} \mid n > b\}$ | $(b, +\infty)$ | |
| | | | |
| | | | |
| | \mathbb{R} | | |




کاردر کلاس ۲: هر یک از اعداد داده شده را در یکی از جاهای مشخص شده روی محور بنویسید

و جلو بید کدام یک از این اعداد گفت اذم

$$-\sqrt{2}, 11, 4, 9, -6, \frac{7}{3}, 5, 2, 4$$

کاردر کلاس ۳: جدول زیر را کامل کنید.

| بازه | نمایش مجموعه ای | نمایش هندسی |
|-----------------|---|--|
| $[-1, 2]$ | $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 3\}$ |  |
| $(-2, +\infty)$ | | |

کاردر کلاس ۴: درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید

- | | | |
|---|----------------------------------|--------------------------------|
| الف) $\frac{4}{3} \in [\frac{1}{2}, 2]$ | ب) $-2 \in (-4, 0)$ | ج) $0 \in (-2, 5)$ |
| د) $-2 \in \{-2, 0\}$ | ه) $-1 \in \{-2, 0\}$ | و) $[-1, 2] \subseteq [-1, 2]$ |
| ز) $\{0\} \in [-1, 2]$ | ح) $\emptyset \subseteq (-7, 0)$ | ط) $\sqrt{2} \in (0, 2)$ |

۲) هر یک از اعداد زیر عضو یک یا چندتا از بازه های داده شده هستند. هر عدد را به بازه یا بازه های

نقلید آن وصل کنید.

(-2) $(\sqrt{2})$ (-500) $(\frac{-5}{2})$ $(\frac{23}{10}, \frac{23}{10}, \frac{23}{10})$ $(0, 2)$

$[-1, 4]$ $(-50, 4)$ $[-2, 5]$ $[4, +\infty)$ $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$ $(-2, 3)$

کاردر کلاس ۵: نمایش هندسی دو بازه $A = (-4, 2]$ و $B = (-1, 3]$ را روی بردار رسم کنید و

حاصل عبارت های زیر را بنویسید.

- الف) $A \cap B$ ب) $A \cup B$ ج) $A - B$ د) $B - A$



نکته: $A \cap B$ مجموعه عضوهایی است که هم در A هستند و هم در B هستند و برای بدست آوردن آن از روی بردار بخش‌های مشترک را می‌پذیریم و $A \cup B$ مجموعه عضوهایی است که در A یا B و یا در هر دو هستند و $A - B$ مجموعه عضوهایی است که در A هستند و در B نیستند.

کاردرکلاس ۷: جواب هر قسمت را به صورت بازه بنویسید.

$$(-2, 5] \cup [3, 6) = \text{(الف)}$$

$$(-50, 3) - (50, +\infty) = \text{(ب)}$$

$$[-4, 2] \cap (-2, 4) = \text{(پ)}$$

$$\{3, 7\} - [2, 4] = \text{(ت)}$$

درسنامه ۳

اگر A یک مجموعه باشد نگاه تعداد عضوهای آن را با $n(A)$ نشان می‌دهیم. اگر $n(A)$ عددی محدود باشد مجموعه A را متناهی و در غیر این صورت نامتناهی می‌نامیم.

برای مثال اگر $A = \{5, 10, 15\}$ باشد آنگاه $n(A) = 3$ و مجموعه A متناهی است. اگر تمام عضوهای A در B هم باشد می‌گوییم $A \subseteq B$ و می‌خوانیم " A زیرمجموعه B است " و زیرمجموعه‌های A از قهقش تا خود A می‌توانند باشند.

مجموعه مرجع (ع، جها، ن):

مجموعه‌ای است که تمام مجموعه‌ها در مساله زیرمجموعه آن هستند و معمولاً این مجموعه

را با Ω نشان می‌دهیم و اگر اوقات در نمودار وین به شکل مستطیل است.

متمم مجموعه A :

اگر از مجموعه مرجع مجموعه A را خارج کنیم آنچه می‌ماند متمم A یا A' می‌گویند.



با توجه به شکل دو به دو روابط زیر در مجموعه‌ها وجود دارد.

U



$$\textcircled{1} (A')' = A \quad \textcircled{2} \emptyset' = U \quad \textcircled{3} U' = \emptyset$$

$$\textcircled{4} \emptyset \subseteq A \subseteq U \quad \textcircled{5} n(A) + n(A') = n(U)$$

اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه $B' \subseteq A'$ است.

اعمال بین مجموعه‌ها: اگر A و B دو مجموعه باشند آنگاه



مجموعه‌های عضوهایی است که هم در A و هم در B هستند.

$$: A \cap B$$



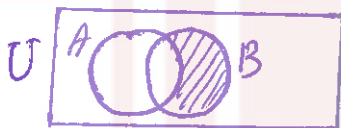
مجموعه‌های عضوهایی است که یا در A یا در B و یا در هر دو هستند. (حداقل در یکی هست)

$$: A \cup B$$



مجموعه‌های عضوهایی است که در A هستند و در B نیستند (همان $A \cap B'$)

$$: A - B$$



مجموعه‌های عضوهایی است که در B هستند و در A نیستند (همان $B \cap A'$)

$$: B - A$$

نکته: تعداد عضوهای $A \cup B$ و $A - B$ را می‌توان به صورت زیر به دست آورد.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

نکته: دانستن قوانین زیر در حل سوالات بسیار کارآمد است.

$$\textcircled{1} A - B = A \cap B'$$

$$\textcircled{2} (A - B)' = B' \cup A$$

$$\textcircled{3} (A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$\textcircled{4} (A \cup B)' = A' \cap B'$$



یک جدول بسیار کمک کننده

| با زیرمجموعه | با زیرمجموعه | با متعم | با زیرمجموعه | با زیرمجموعه |
|---------------------|--------------------------------|-------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $A \cup U = U$ | $A \cup \emptyset = A$ | $A \cup A' = U$ | اگر $A \subseteq B$ | اگر $B \subseteq A$ |
| $A \cap U = A$ | $A \cap \emptyset = \emptyset$ | $A \cap A' = \emptyset$ | $\Leftrightarrow A \cup B = B$ | $\Leftrightarrow A \cup B = B$ |
| $A - U = \emptyset$ | $A - \emptyset = A$ | $A - A' = A$ | $\Leftrightarrow A \cap B = A$ | $\Leftrightarrow A \cap B = A$ |
| $U - A = A'$ | $\emptyset - A = \emptyset$ | $A' - A = A'$ | $\Leftrightarrow A - B = \emptyset$ | $\Leftrightarrow A - B = \emptyset$ |

کاردر کلاس ۷: متناهی یا نامتناهی بودن هر یک از مجموعه های زیر را مشخص کنید

در باره مجموعه های متناهی سعی کنید تعداد دقیق یا تقریباً اعضای هر یک را بنویسید.

- | | |
|---------------------------------------|--|
| (الف) اعداد اول یک رقمی | (ب) مقسوم علیه های ۲۵ |
| (ب) اعداد طبیعی زوج | (ت) مجموعه تمام دایره های به مرکز مبدأ مختصات |
| (ج) مجموعه سلول های بدن انسان | (ج) مجموعه تمام استخوان های بدن انسان |
| (ج) مجموعه تمام دانش آموزان شهر تهران | (ح) مجموعه تمام بردارهای طول ۲ |
| (د) بازه ی (۱، ۲) | (د) $\{m \in \mathbb{Z} \mid -1 < m < \frac{3}{4}\}$ |
| (د) مجموعه مضرب های طبیعی عددها | (ر) مجموعه مولکول های موجود در یک مول آب |
| (ز) مجموعه اعداد طبیعی ده رقمی | (ز) مجموعه درخت های جنگل آمازون |
| (س) مجموعه کسرهای مثبت بصورت یک | (ش) مجموعه مضرب های طبیعی عددها |

کاردر کلاس ۸:

- (الف) دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که یکی از آنها زیرمجموعه دیگری باشد.
- (ب) دو مجموعه نامتناهی مثل A و B مثال بزنید که $A \subseteq B$ بودن و $B - A$ تک عضوی باشد.
- (ب) بایک مثال نشان دهید جلد "اگر $A \subseteq B$ و A متناهی باشد، B متناهی است" غلط است.



کاردرکلاس ۹: بین دو عدد ۲ و سه عدد گویا بنویسید.

• آیا می توان بین آن ها ۸ عدد گویا نوشت؟

• در حالت کلی بین دو عدد گویای مختلف چند عدد گویا وجود دارد؟

کاردرکلاس ۱۰: هر مجموعه ای زیر چند عضو دارد؟

الف) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid -2 \leq n < 4\}$

ب) $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid -3 < n \leq +2\}$

پ) $C = \{n \in \mathbb{R} \mid -3 < n \leq 2\}$

کاردرکلاس ۱۱: متمم مجموعه های زیر را مانند نمونه در جدول کامل کنید.

| A' | مجموعه مرجع | A |
|-----------------------------------|---------------------------------|-------------------------|
| $(-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$ | \mathbb{R} | $(-1, 2]$ |
| | \mathbb{R} | $[1, +\infty)$ |
| | \mathbb{R} | \mathbb{N} |
| | \mathbb{R} | \mathbb{Q} |
| | \mathbb{N} | $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$ |
| | $\{1, 2, 3, 4, \dots, 19, 20\}$ | مضرب های ۲ |



کار در کلاس ۱۲: اگر دو مجموعه A و B به صورت $A = \{۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲\}$ و $B = \{۲, ۳, ۵, ۷\}$

تعریف شده باشند و مجموعه U مربع ما $U = \{۱, ۲, ۳, ۴, \dots, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰\}$ باشد، مجموعه‌های زیر را با تعداد اعضا مشخص کنید:

- (الف) A'
- (ب) B'
- (پ) $A \cap B'$
- (ت) $(A' \cup B)'$

کار در کلاس ۱۳: در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر

عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هیچ یک از دو تیم نباشند.

(الف) چند نفر حداقل عضو یک تیم هستند.

(ب) چند نفر عضو هر دو تیم هستند.

(پ) چند نفر فقط عضو تیم فوتبال هستند.

(ت) چند نفر فقط عضو تیم بسکتبال هستند.

(ث) چند نفر فقط عضو یک تیم هستند.

www.konkoorsara.ir

کانال آموزش: @riaziT



تمرین در منزل

① فرض کنید A مجموعه تمام مضرب های طبیعی عدد n باشد.

الف) A را با نمایش اعضای آن بنویسید.

ب) A متناهی است یا نامتناهی؟

ج) یک زیرمجموعه متناهی از A بنویسید؟

د) دو زیرمجموعه نامتناهی مانند A از A بنویسید به طوری که $A \subseteq B$.

② متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی

ب) مجموعه شماره های طبیعی عدد 34

ج) بازه $(\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$

د) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 < n < 2\}$

ه) مجموعه مضرب های طبیعی عدد 100

③ در مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها مجموعه ای متناهی باشد.

④ حاصل هر یک از مجموعه های زیر را با رسم بازه های آنها روی یک محور آورید:

الف) $(-2, 5] \cup (0, 3)$

ب) $(2, 9) \cap (1, 6]$

ج) $(4, 10) \cup (3, 5)$

د) $(-5, 1] \cup (1, 5)$

ه) $(2, 4] - (3, 5)$

ج) $(-5, 3) - (2, 4]$



۱) مجموعه $\{3\} - \mathbb{R}$ را روی محور نشان دهید و سپس آن را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

۲) اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه متناهی باشد آنگاه A متناهی خواهد بود!

۳) \mathbb{R} را به عنوان مجموع مربع در نظر بگیرید و سپس متمم هر یک از مجموعه های زیر را روی محور نشان دهید.

الف) $A = [-2, 3]$

ب) $B = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

ج) $C = (-\infty, +\infty)$

د) $D = (-\infty, 1]$

۴) \mathbb{N} را به عنوان مجموع مربع در نظر بگیرید.

الف) مجموعه ای نامتناهی مثل A مثال بزنید که A هم نامتناهی باشد.

ب) مجموعه ای نامتناهی مثل B مثال بزنید که B' هم متناهی باشد.

ج) مجموعه ای متناهی مثل C مثال بزنید و C را به دست آورید. C متناهی است یا نامتناهی؟

۵) اگر $n(A) = 15$ و $n(A \cap B) = 5$ و $n(A \cup B) = 30$ آنگاه $n(B)$ را محاسبه کنید.

۶) فرض کنیم A و B زیر مجموعه های U از مجموعه مربع U باشند به طوری که $n(U) = 100$

و $n(A) = 40$ و $n(B) = 40$ و $n(A \cap B) = 20$ مطلوب است

الف) $n(A \cup B)$

ب) $n(A \cap B')$

ج) $n(A' \cap B')$

د) $n(A \cap B)$



۱۱) در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد دانش آموزان عضو گروه سرود ۱۹ نفر است. اگر تعداد دانش آموزان این کلاس عضو گروه سرود باشد، مطلوب است.

الف) تعداد دانش آموزانی که فقط عضو گروه سرود اند.

ب) تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ یک از گروه نیستند.

۱۲) در یک نظر سنجی از ۱۱۰ مشتری یک فروشگاه زنجیره ای، مشخص شد که ۷۰ نفر

از یک شرکت خرید کرده اند. همچنین ۳۲ نفر از آنان نیز اعلام کرده اند که در این شرکت

از هر دو شرکت خرید کرده اند. چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک ماه گذشته

از هر دو شرکت خرید کرده اند. چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک ماه گذشته

الف) دست کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند.

ب) فقط از شرکت A خرید کرده اند.

ج) دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند.

د) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده اند.

ادامه جزوات در کانال آموزش ریاضی @riaziT قرار می گیرد.

« وسیع باش و تنها و سر بزیر و سر سفت »